Análisis Matemático A
(para Ingeniería y Ciencias Exactas y Naturales)
Práctica 2

Cátedra Cabana

Índice general

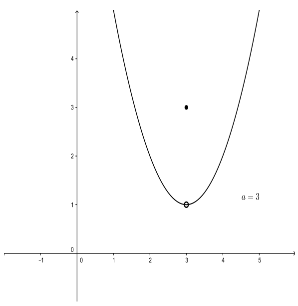
Práctica 2

LÍMITE Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES

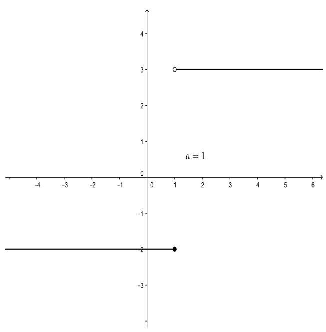
2.1. Límites laterales

Ejercicio 2.1. A partir de cada gráfica de la función, determinar:

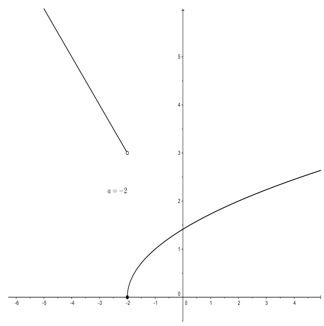
$\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ $\qquad$ $\lim\limits_{x \to a} f(x)$



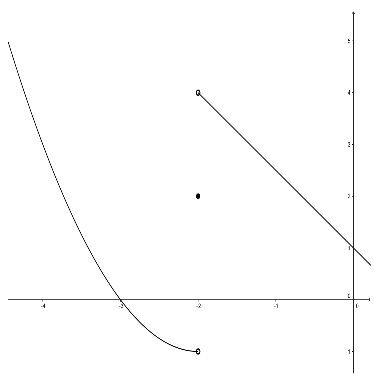
a.



b.

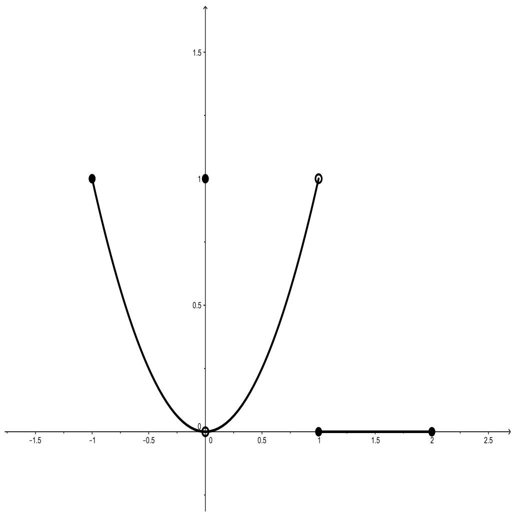


c.



d.

Ejercicio 2.2. Dada la función g(x), cuya gráfica aparece a continuación, decidir cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles falsas.



a. $\lim_{x\to 1^+} g(x) = 1$

b. $\lim_{x\to 1^-} g(x) = 1$

c. $\lim_{x\to 0^-} g(x) = 1$

d. $\lim_{x\to 0^-} g(x) = 0$

e. $\lim_{x\to 0^-} g(x) \ = \lim_{x\to 0^+} g(x)$

f. $\lim_{x\to 0} g(x)$ existe

g. $\lim_{x\to 0} g(x) = 0$

h. $\lim_{x\to 0} g(x) = 1$

i. $\lim_{x\to 1} g(x) = 1$

j. $\lim_{x\to 1} g(x) = 0$

k. $\lim_{x\to 2^-} g(x) = 2$

l. $\lim_{x\to -1^-} g(x)$ no existe

m. $\lim_{x\to 2^+} g(x) = 0$

Ejercicio 2.3. Dadas las siguientes funciones, calcular los límites indicados.

a. $\lim_{x\to 3} f(x) \quad$ si $\quad f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x \leq 3 \\ x-1 & x > 3 \end{cases}$

b. $\lim_{x\to 2} f(x) \quad$ si $\quad f(x) = \begin{cases} x^2 & x \neq 2 \\ -1 & x = 2 \end{cases}$

c. $\lim_{x\to 1} f(x) \quad$ si $\quad f(x) = \begin{cases} -x & x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ x & x > 1 \end{cases}$

d. $\lim_{x\to 1} f(x)$ y $\lim_{x\to 2^-} f(x) \quad$ si $\quad f(x) = \begin{cases} \sqrt{1-x^2} & 0 \leq x < 1 \\ 1 & 1 \leq x < 2 \\ 2 & x = 2 \end{cases}$

Ejercicio 2.4. Calcular los límites laterales indicados, analizando previamente el dominio de la función.

a. $\lim_{x\to -2^-} \sqrt{\frac{x+2}{x+1}} \qquad$ y $\qquad \lim_{x\to -1^+} \sqrt{\frac{x+2}{x+1}}$

b. $\lim\limits_{x \to 1^+} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$ y $\lim\limits_{x \to -2^-} \sqrt{\frac{x-1}{x+2}}$

c. $\lim\limits_{x \to -1^-} \left(\frac{x}{x+1}\right)\left(\frac{2x+5}{x^2+x}\right)$ y $\lim\limits_{x \to 0^+} \left(\frac{x}{x+1}\right)\left(\frac{2x+5}{x^2+x}\right)$

d. $\lim\limits_{s \to -3^+} \ln(s+3)$

e. $\lim\limits_{h \to 0^-} \frac{\sqrt{h^2+4h+5}-\sqrt{5}}{h}$

Ejercicio 2.5. Dadas las siguientes funciones, identificar su dominio y calcular los límites indicados.

a. $\lim\limits_{x \to -3} \frac{2x+1}{x+3}$

b. $\lim\limits_{h \to -3} \frac{5h^2}{h+3}$

c. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x+3}{x^2}$

d. $\lim\limits_{x \to 0} e^{\frac{x-1}{x}}$

e. $\lim\limits_{\theta \to \frac{\pi}{4}} \cos(\theta) - \sin(\theta)$

f. $\lim\limits_{y \to 3} \frac{y^2-9}{y-3}$

g. $\lim\limits_{x \to -3} \frac{2x^3-5}{(x+3)(x-1)^2}$ y $\lim\limits_{x \to 1} \frac{2x^3-5}{(x+3)(x-1)^2}$

h. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^4-3x^3+2x^2}{x^3+x^2}$

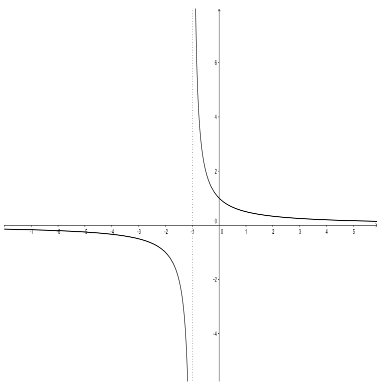
i. $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^4-16}{x^2+x-6}$

j. $\lim\limits_{y \to 3} \frac{y^2-y-6}{\sqrt{y^2+7}-4}$

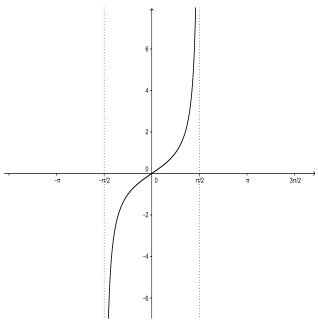
Ejercicio 2.6. ¿Para qué valores de $a \epsilon \mathbb{R}$ el $\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sqrt{x^2+ax+1}-1}{x} = 2$?

2.2. Límites en el infinito

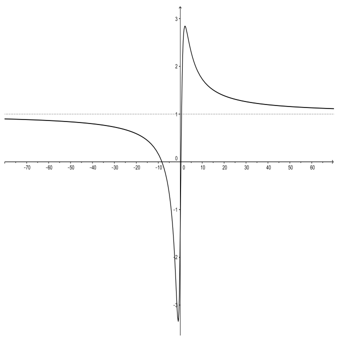
Ejercicio 2.7. A partir de la gráfica de la función determinar, si existen, $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ y $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.



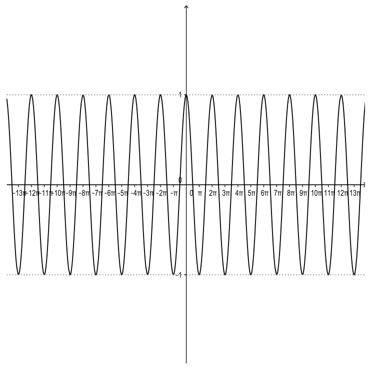
a.



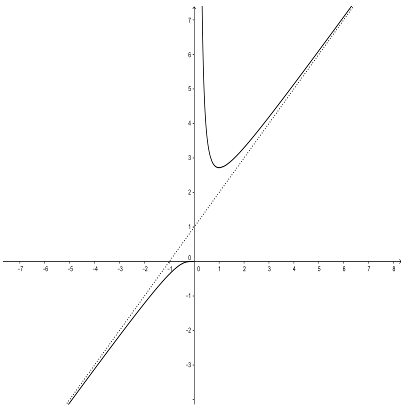
b.



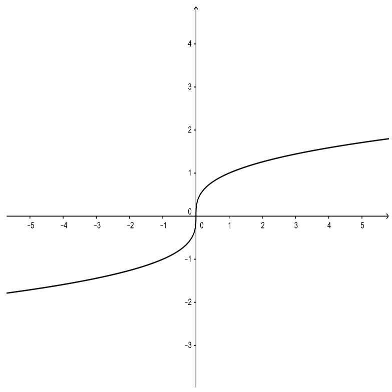
c.



e.



d.



f.

Ejercicio 2.8. Calcular los límites indicados, para x tendiendo a infinito.

a. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{2}{x} - 3\right)$

b. $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(-1 + \frac{5}{x}\right)$

c. $\lim\limits_{x\to+\infty} x^5 - x^6 + \sqrt{x}$

d. $\lim\limits_{x\to-\infty} (2x^7 - 3x^5 + 7)$

e. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$

f. $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{11x+2}{2x^3-1}$

g. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x^2-3}{7x+4}$

h. $\lim\limits_{x\to+\infty} x - \sqrt{x^2+3}$

i. $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-2x+3} + x$

j. $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{7^{x+1}+2}{7^x-3}$

Ejercicio 2.9. Calcular, si es posible, los límites de las siguientes funciones cuando $x \to +\infty$ y cuando $x \to -\infty$.

a. $f(x) = \frac{3}{x^2+8} - 11$

b. $f(x) = \sqrt{1-x}$

c. $f(x) = \ln(x)$

d. $f(x) = e^{-x}$

e. $f(x) = \ln(\frac{1}{x})$

f. $f(x) = e^x - 3$

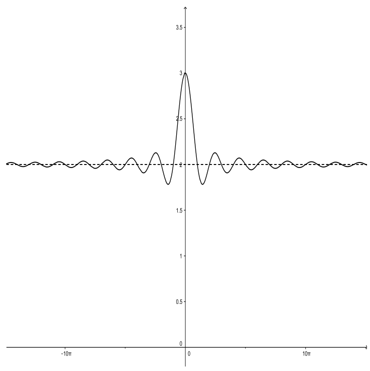
g. $f(x) = \ln(x^2+1)$

Ejercicio 2.10. Hallar a y $b > 0$ tales que el $\lim\limits_{x\to\infty} \left(\frac{\sqrt{ax^4+bx^3}}{x} - x\right) = 4$.

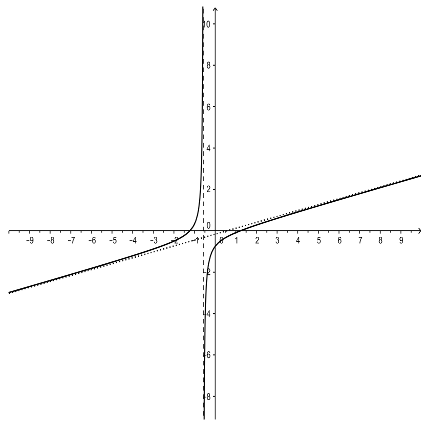
Ejercicio 2.11. El $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x}\left(\sqrt{x+a}-\sqrt{x+3}\right) = a$. ¿Cuánto vale a?

2.3. Asíntotas horizontales, verticales y oblicuas

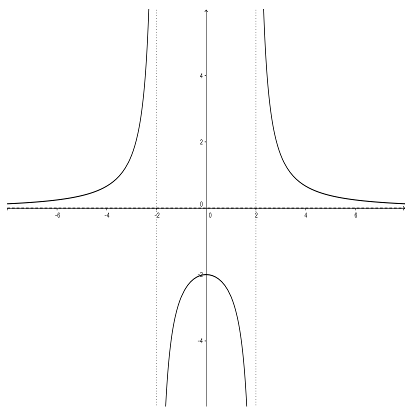
Ejercicio 2.12. Escribir, cuando existan, las ecuaciones de las asíntotas horizontales y/o verticales de las funciones cuyas gráficas se muestran en el Ejercicio 7 y de las que se muestran a continuación.



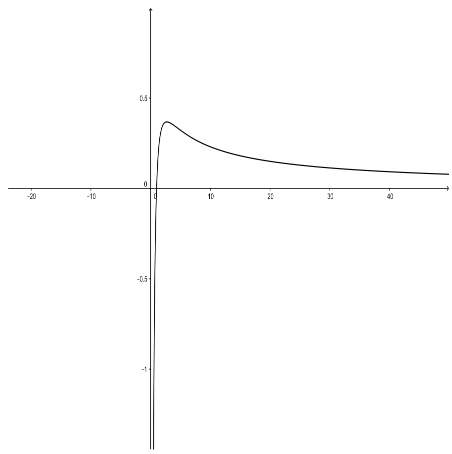
a.



c.



b.



d.

Ejercicio 2.13. Hallar el dominio de las siguientes funciones y calcular los límites que permitan detectar, si las hay, asíntotas horizontales, verticales y oblicuas. Escribir las ecuaciones correspondientes y hacer un gráfico aproximado que refleje la información obtenida.

a. $f(x) = \frac{5x^2+8x-3}{3x^2+2}$

b. $f(h) = \frac{2h^2-3}{7h+4}$

c. $f(x) = \frac{2x+3x+1}{x-1}$

d. $f(x) = -\frac{8}{x^2-4}$

e. $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$

f. $f(x) = 1 + e^{-x^2}$

g. $f(h) = \frac{h^4-1}{h^2-1}$

h. $f(x) = \frac{\sqrt{16x^4+1}}{2x}$

i. $f(x) = e^{\frac{3x+1}{x-4}}$

j. $f(h) = \frac{h^3-3h^2+4}{h^2}$

Ejercicio 2.14. Encontrar lo valores de a y b tales que la recta $y = 2x + 7$ resulte una asíntota oblicua de la función $f(x) = \frac{ax^3+bx^2+1}{x^2+5}$, para $x \to -\infty$.

2.4. Límites especiales

Ejercicio 2.15. Sea $g\ : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $3x^2 - \frac{2}{5}x^4 \le g(x) \le 3x^2$, para todo $x \epsilon \mathbb{R}$. Calcular, si existe, $\lim\limits_{x\to 0} \frac{g(x)}{x^2}$.

Ejercicio 2.16. Sea $f\ : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ una función tal que $\frac{\sin(3x)}{x} \le f(x) \le \frac{\sqrt{x+9}-3}{x} + \frac{17}{6}$, para todo $x \epsilon \mathbb{R}$. Calcular, si existe, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

Ejercicio 2.17. Calcular los siguientes límites, que incluyen funciones trigonométricas.

a. $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{x-\cos(x)}{x+\sin(x)}$

b. $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\sin(2x)}{x}$

c. $\lim\limits_{\theta\to -\infty} \frac{\cos(\theta)}{3\theta}$

d. $\lim\limits_{x\to 0} x^4 \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

e. $\lim\limits_{t\to -\infty} \frac{2-t+\sin(t)}{t+\cos(t)}$

f. $\lim\limits_{r\to +\infty} \frac{r+\sin(r)}{2r+7-5\sin(r)}$

g. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{\sin(x)}{x} + x\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right)$

h. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin(5x)}{\sin(4x)}$

i. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan(3x)}{\sin(8x)}$

j. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(x^2+2x-3)}{x^2+2x-3}$

k. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$

l. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x\sin(x)}{1-\cos(x)}$

m. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{3x+4\sin(2x)}{x^2+5\sin(x)}$

n. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{1+\cos(\pi x)}{\tan^2(\pi x)}$

ñ. $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$

o. $\lim\limits_{x\to 0} \sin(x)\left(\frac{1}{f(x)+5}\right)$

donde $1 \le f(x) \le 4$, para todo $x \epsilon \mathbb{R}$

2.5. Límites infinitos y en el infinito

Ejercicio 2.18. Calcular los siguientes límites:

a. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{2x+4}{2x-1}\right)^{\frac{x+2}{x-1}}$

b. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{x+1}{2x-3}\right)^{\frac{x^2+2}{x-1}}$

c. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(1+\frac{2}{x^2}\right)^{\frac{x^2}{4x+1}}$

d. $\lim\limits_{x\to 0} (1+6x)^{\frac{1}{x}}$

e. $\lim\limits_{x\to 0} (1+\tan(x))^{\frac{1}{x}}$

f. $\lim\limits_{x\to 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x^2}}$

g. $\lim\limits_{x\to 0^-} (1+x)^{\frac{1}{x^2}}$

h. $\lim\limits_{x\to 3} (x-2)^{\frac{x}{(x-3)^2}}$

i. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\frac{4x+5}{2x-1}\right)^{\frac{3x^2+2}{x-10}}$

j. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\frac{2x+3}{6x-1}\right)^{\frac{1}{x-1}}$

k. $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{2x+3}{3x+6}\right)^{\frac{x^2+1}{x-4}}$

l. $\lim\limits_{t\to0}\frac{\ln(1+t)}{t}$

Ejercicio 2.19. Indicar si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o Falsas y justificar.

a. $\lim\limits_{x\to0}(1+\cos(x))^{\frac{1}{x}}=e$

b. $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sin(x)}{x}=1$

c. Si $a=8$, el valor de $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{4x^3-ax^2}{4x^3-1}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$ es e^{-2}

d. $\lim\limits_{x\to1}\frac{x^2-1}{\sqrt{x}-1}+\frac{\sin(x-1)}{x-1}=5$

2.6. Continuidad

Ejercicio 2.20. Dadas las siguientes funciones, hallar los puntos de discontinuidad . Para cada punto de discontinuidad, clasificar justificando adecuadamente.

a. $f(x)=\frac{2x-2}{x^2-1}$

b. $f(t)=\frac{2t-2\cos(t)}{t^2}$

c. $f(u)=\frac{u-2}{u^3+u^2-6u}$

d. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-9}{2x-6} & si \quad x<3\\ 2 & si \quad x=3\\ x & si \quad x>3\end{cases}$

e. $f(x)=\begin{cases}\frac{\sqrt{x}-1}{3x-3} & si \quad x>1\\ \frac{x^2-x}{4x-4} & si \quad x<1\end{cases}$

f. $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin(x^2)}{2x^2} & si \quad x\neq0\\ \frac{1}{2} & si \quad x=0\end{cases}$

g. $f(x)=\begin{cases}\left(\frac{x+3}{2x+2}\right)^{\frac{1}{x-1}} & si \quad x>1\\ e^{-5x+5} & si \quad x\leq1\end{cases}$

Ejercicio 2.21. Para cada una de las siguientes funciones, indicar para qué valores de $a\epsilon\mathbb{R}$ son continuas.

a. $f(x)=\begin{cases}\frac{x^2-4}{\sqrt{x-2}} & si \quad x>2\\ ax-6 & si \quad x\leq2\end{cases}$

b. $f(t)=\begin{cases}e^{at} & si \quad t\leq0\\ t-3a & si \quad t>0\end{cases}$

c. $f(x) = \begin{cases} \frac{2x+4}{x+2} + a & si \quad x < -2 \\ x^2 + 5a & si \quad x \geq -2 \end{cases}$

d. $f(x) = \begin{cases} 3x+1 & si \quad x \leq a \\ x+5 & si \quad x > a \end{cases}$

e. $f(x) = \begin{cases} 7x \sin\left(\frac{1}{x}\right) & si \quad x < 0 \\ a+4 & si \quad x \geq 0 \end{cases}$

f. $f(x) = \begin{cases} \frac{a \sin(x)}{8x} & si \quad x \neq 0 \\ 9 & si \quad x = 0 \end{cases}$

Ejercicio 2.22. Sabiendo que f es una función continua, indicar cuáles de las siguientes relaciones son correctas y justificarlo.

a. $f(4) = \lim_{x \to 4} f(x)$

b. $\lim_{x \to 3} f(x) = \lim_{h \to 0} f(3+h)$

c. $\lim_{x \to 2} f(x) = -3 \Leftrightarrow \lim_{x \to 2} (f(x)+3) = 0$

d. $\lim_{x \to 2} f(x) = \lim_{x \to 0} f(3+x)$

2.7. Teorema de los valores intermedios o Teorema de Bolzano

Ejercicio 2.23. Dada la función $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$, demostrar que la ecuación $f(x) = 2$ tiene al menos una solución en el intervalo $(-1, 2)$.

Ejercicio 2.24. (Optativo) Si $f(x)$ es una función continua en $[0,1]$ y cumple que $0 < f(x) < 1$ en dicho intervalo, demostrar que existe un número $c \in (0,1)$ para el cual $f(c) = c$. (Sugerencia: utilizar la función $g(x) = f(x) - x$).

Ejercicio 2.25. Dadas las siguientes ecuaciones, demostrar que tienen alguna solución real.

a. $xcos(\frac{x}{2}) + 15 \sin(x) = 15$

b. $x^3 - 3x + 40 = 0$

c. $\ln(x) = e^{-x}$

Ejercicio 2.26. Encontrar dos intervalos disjuntos para los cuales la ecuación tiene una raíz: $2x^4 - 14x^2 + 14x - 1 = 0$.

Ejercicio 2.27. (Optativo)

a. Demostrar que cualquier ecuación polinómica de grado 5 tiene por lo menos una raíz real.

b. Si la ecuación es polinómica de grado par, ¿necesariamente tendrá alguna raíz real? Justificar.

Ejercicio 2.28. Sabiendo que la función $f(t) = \frac{at^5+bt^3-4}{t+1}$ y $f(5) = 12$, demostrar que en algún punto del intervalo $[0, 5]$, $f(t) = 8$.

Ejercicio 2.29. Dada la función $f(x) = \frac{x-1}{x(x+1)(x^2-9)}$, se podría adaptar el Teorema de Bolzano para probar que f tiene alguna raíz en el intervalo $(0, 3)$?

Ejercicio 2.30. Hallar conjuntos de positividad y negatividad para cada una de las siguientes funciones:

a. $f(t) = \frac{t^2+t-6}{t+1}$

b. $f(x) = \frac{x^2-2x}{x^2-9}$

c. $f(x) = x^3(x-2)(x^2+16)$

d. $f(x) = \ln(x-1)$

e. $f(x) = \frac{2\sin(x)}{5+cos(x)}$

f. $f(x) = \frac{e^{x-1}(x-4)}{x+2}$

g. $f(u) = \frac{e^u-1}{e^u}$

2.8. Ejercicios de aplicación

Ejercicio 2.31. Encontrar una fórmula para una función f que satisfaga las condiciones siguientes:

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0; \quad \lim_{x\to 0} f(x) = -\infty;$$
$$\lim_{x\to 3^-} f(x) = \infty; \quad \lim_{x\to 3^+} f(x) = -\infty; \quad f(2) = 0$$

Hacer un gráfico aproximado de la función propuesta.

Ejercicio 2.32. (Optativo) Comparación de las magnitudes infinitesimales.

Supongamos que unas magnitudes infinitamente pequeñas α y β (infinitecimales), son funciones de un mismo argumento x y verifican:

$$\lim_{x\to a\,ó\,\infty} \alpha(x) = 0 \qquad \lim_{x\to a\,ó\,\infty} \beta(x) = 0$$

Si la razón $\frac{\beta}{\alpha}$ tiene la siguiente propiedad:

$$\lim_{x\to a\,ó\,\infty} \frac{\beta}{\alpha} = A \neq 0 \ ,$$

se dice que las infinitesimales α y β son del mismo orden.

En cambio, si el límite anterior es cero, β se denomina infinitesimal de orden superior a α.

a. Entre las infinitesimales (cuando $x \to 0$) siguientes: x^3, $\sqrt{x(1-x)}$, $\sin(3x)$ y xe^{2x}, elegir las que son del mismo orden que la infinitesimal x;

b. ¿Cuáles son las infinitesimales de orden superior a x?

Ejercicio 2.33. Un tanque contiene agua pura y se le arroja cierta sustancia química, tal que su concentración en dl, en tiempo t expresado en horas, está dada por la función $f(t) = \frac{2t}{10t+120}$ para $t > 0$. ¿Hay algún valor al que tiende la concentración de esta sustancia?

2.9. Respuestas de la Práctica 2

Ejercicio 2. 1.

	$\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$	$\lim\limits_{x\to a^-} f(x)$	$\lim\limits_{x\to a} f(x)$
a	1	1	1
b	3	-2	no existe
c	0	3	no existe
d	4	-1	no existe

Ejercicio 2. 2.

a. F
b. V
c. F
d. V
e. V
f. V
g. V
h. F
i. F
j. F
k.F
l. V
m. F

Ejercicio 2. 3. a. no existe
b. 4
c. no existe
d. no existe el $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ y $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = 1$

Ejercicio 2. 4. a. 0 y $+\infty$
b. 0 y $+\infty$
c. $+\infty$ y 5
d. $-\infty$
e. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

Ejercicio 2. 5. a. $Dom = R - \{-3\}$ y los límites laterales dan $\pm\infty$.
b. $Dom = R - \{-3\}$ y los límites laterales dan $\pm\infty$.
c. $Dom = R - \{0\}$ y el límite es $+\infty$
d. $Dom = R - \{0\}$ y el límite es $+\infty$ cuando x tiende a cero por izquierda y 0 cuando tiende por derecha
e. $Dom = R$ y el límite es 0
f. $Dom = R - \{3\}$ y el límite es 6
g. $Dom = R - \{-3,\, 1\}$ y los límites laterales cuando x tiende a -3 dan $\pm\infty$. El limite cuando x tiende a 1 es $-\infty$.
h. $Dom = R - \{0, -1\}$ y el límite es 2
i. $Dom = R - \{-3,\, 2\}$ y el límite es $\frac{8}{3}$
j. $Dom = R - \{-3, 3\}$ y el límite es $\frac{20}{3}$

Ejercicio 2. 6. $a = 4$

Ejercicio 2. 7. a. Ambos son cero
b. No existen
c. Ambos son 1
d. $+\infty$ y $-\infty$
e. No existen
f. $+\infty$ y $-\infty$

Ejercicio 2. 8. a. -3
b.-1
c. $-\infty$
d.$-\infty$
e. $\frac{5}{3}$
f. 0
g. $+\infty$
h. 0
i. 1

j. 7

Ejercicio 2. 9.

	a	b	c	d
$\lim_{x\to+\infty} f(x)$	-11	no existe	$+\infty$	0
$\lim_{x\to-\infty} f(x)$	-11	$+\infty$	no existe	$+\infty$

	e	f	g
$\lim_{x\to+\infty} f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$\lim_{x\to-\infty} f(x)$	no existe	-3	$+\infty$

Ejercicio 2. 10. $a = 1$ y $b = 8$.

Ejercicio 2. 11. $a = -3$

Ejercicio 2. 12. 7.a. $x = -1$ e $y = 0$
7.b. $x = -\frac{\pi}{2}$ y $x = \frac{\pi}{2}$
7.c. $x = 0$ e $y = 1$
7.d.$x = 0$ por derecha
7.e. no tiene asíntotas
7.f. no tiene asíntotas

12.a. $y = 2$
12.b.$x = -2$, $x = 2$ e $y = 0$
12.c. $x = -0,5$
12.d.$x = 0$ por derecha e $y = 0$ cuando x tiende a $+\infty$

Ejercicio 2. 13.

	a.	b.	c.
Dominio	$(-\infty, +\infty)$	$(-\infty, -\frac{4}{7}) \cup (-\frac{4}{7}, +\infty)$	$(-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$
A.H.	$y = \frac{5}{3}$	no hay	$y = 5$
A.V.	no hay	$x = -\frac{4}{7}$	$x = 1$
A.O.	no hay	$y = \frac{2}{7}x - \frac{8}{49}$	no hay

	d	e.
Dominio	$(-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, +\infty)$	$\mathbb{R} - \{0\}$
A.H.	$y = 0$	no hay
A.V.	$x = -2$ y $x = 2$	$x = 0$
A.O.	no hay	no hay

	f.	g.	h.
Dominio	$(-\infty, +\infty)$	$\mathbb{R} - \{-1, 1\}$	$\mathbb{R} - \{0\}$
A.H.	$y = 1$	no hay	no hay
A.V.	no hay	no hay	$x = 0$
A.O.	no hay	no hay	$y = 2x$

	i.	j.
Dominio	$(-\infty,4)\cup(4,+\infty)$	$(-\infty,0)\cup(0,+\infty)$
A.H.	$y=e^3$	no hay
A.V.	$x=4$ por derecha	$x=0$
A.O.	no hay	$y=x-3$

Ejercicio 2. 14. $a=2$ y $b=7$

Ejercicio 2. 15. El límite es 3.

Ejercicio 2. 16. El límite es 3.

Ejercicio 2. 17.

a. 1
b. 0
c. 0
d. 0
e. -1
f. $\frac{1}{2}$
g. 1
h. $\frac{5}{4}$
i. $\frac{3}{8}$
j. 1
k. $\frac{1}{2}$
l. 2
m. $\frac{11}{5}$
n. $\frac{1}{2}$
ñ. $-\pi$
o. 0

Ejercicio 2. 18.

a. 1
b. 0
c. 1
d. e^6
e. e
f. ∞
g. 0
h. No existe el límite
i. ∞
j. $e^{-\frac{4}{5}}$
k. 0
l. 1

Ejercicio 2. 19. a. F Respuesta correcta ∞

b. F Respuesta correcta 0

c. V
d. V

Ejercicio 2. 20. a. $x=1$ discontinuidad evitable y $x=-1$ discontinuidad esencial.
b. $x=0$ discontinuidad esencial.
c. $u=0$ y $u=-3$ discontinuidades esenciales; $u=2$ discontinuidad evitable.
d. $x=3$ discontinuidad evitable.
e. $x=1$ discontinuidad esencial.
f. No hay discontinuidades.
g. . $x=1$ discontinuidad esencial.

Ejercicio 2. 21. a. $a=3$
b. $a=-\frac{1}{3}$
c. $a=-\frac{1}{2}$
d. $a=2$
e. $a=-4$
f. $a=72$

Ejercicio 2. 22. a. V
b. V
c. V
d. F

Ejercicio 2. 23. Sea $g(x) = f(x) - 2$.
Si $x = -1$, entonces $g(-1) = f(-1) - 2 = 0 - 2 < 0$.
Si $x = 2$, entonces $g(2) = f(2) - 2 = 3 - 2 > 0$.
Por teorema del valor intermedio, existe $c \in (-1, 2)$ tal que $g(c) = f(c) - 2 = 0$. Despejando se obtiene que existe $c \in (-1, 2)$ tal que $f(c) = 2$.

Ejercicio 2. 24. Análogo al anterior.

Ejercicio 2. 25. Un vez determinado el intervalo, se resuelve como el ejercicio 2.23.
a. Un intervalo puede ser $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$
b. Un intervalo puede ser $(-4, -3)$
c. Un intervalo puede ser $(1, 2)$

Ejercicio 2. 26. Pueden ser $(-5, -2)$ y $(0, 1)$

Ejercicio 2. 27. a. Usar el hecho de que las raices imaginarias aparecen de a pares. Si existe una raíz imaginaria entonces la conjugada tambien es raiz.
b. No. Por ejemplo el polinomio $p(x) = x^2 + x + 1$ no tiene raices reales.

Ejercicio 2. 28. Resolución similar a la del ejercicio 2.23.

Ejercicio 2. 29. Si.

Ejercicio 2. 30.

	Int. positividad	Int. Negatividad
a.	$(-3, -1) \cup (2, +\infty)$	$(-1, 2) \cup (-\infty, -3)$
b.	$(-\infty, -3) \cup (0, 2) \cup (3, +\infty)$	$(-3, 0) \cup (2, 3)$
c.	$(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$	$(0, 2)$
d.	$(2, +\infty)$	$(1, 2)$
e.	$\bigcup\limits_{k \in Z} (2k\pi, (2k+1)\pi)$	$\bigcup\limits_{k \in Z} ((2k+1)\pi, (2k+2)\pi)$
f.	$(-\infty, -2) \cup (4, +\infty)$	$(-2, 4)$
g.	$(0, +\infty)$	$(-\infty, 0)$

Ejercicio 2. 31. Varias opciones. Proponé tu respuesta en el foro correspondiente.

Ejercicio 2. 32. Los infinitesímales del mismo orden son: $sin(3x)$ y xe^{2x}. La de orden superior x^3.

Ejercicio 2. 33. $0, 2$ dl