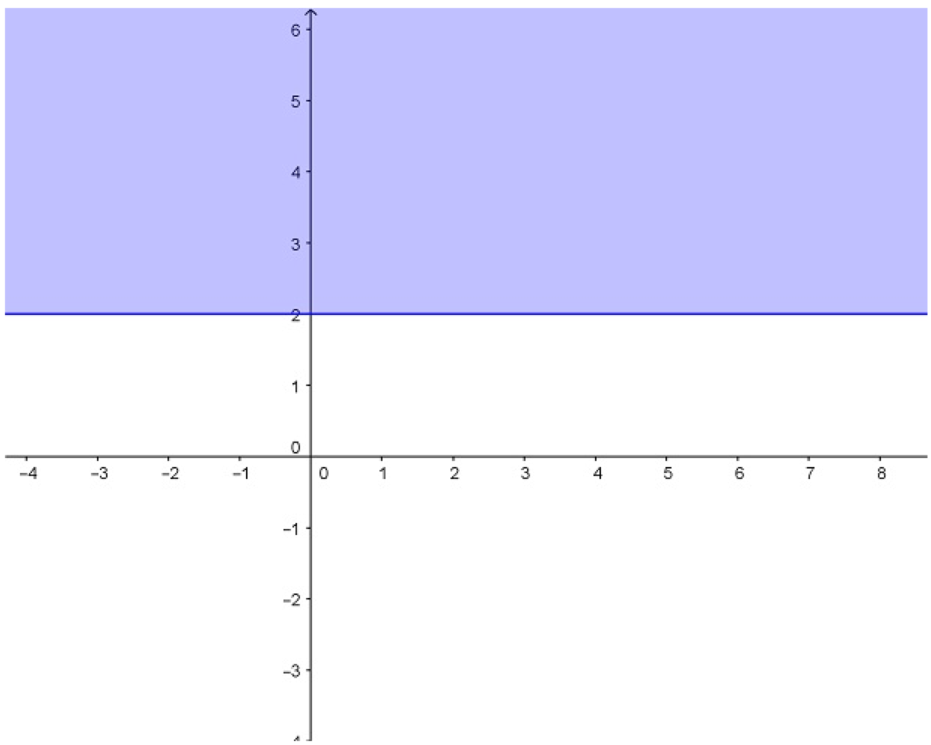
Regiones en el plano

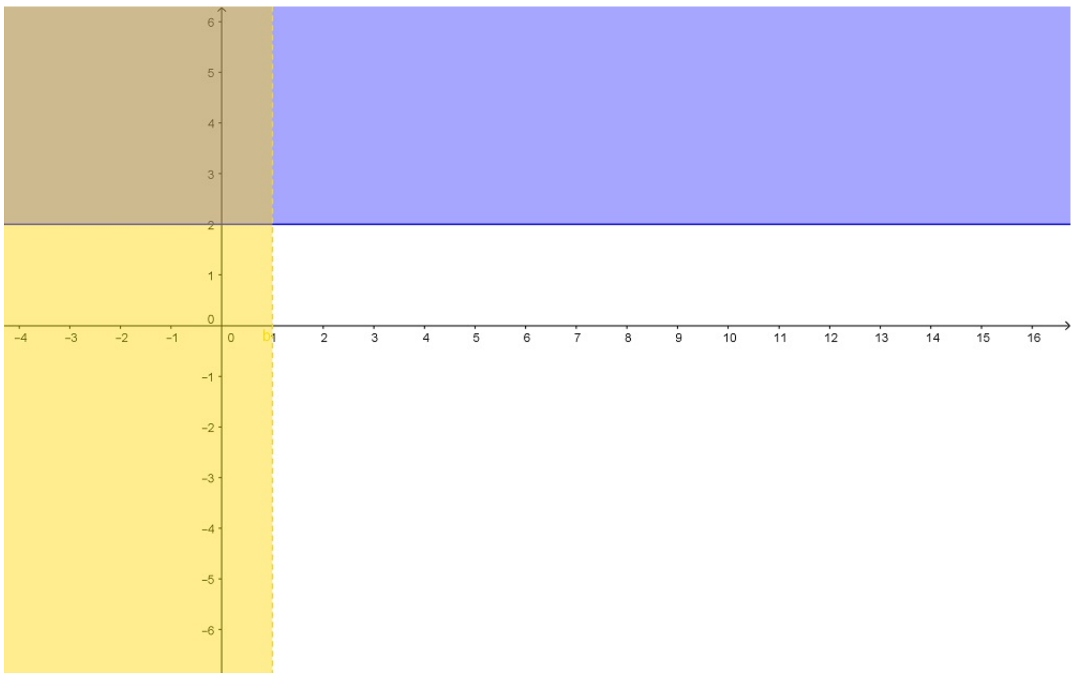
Este es un tema muy importante que utilizaremos mucho en la segunda parte de la materia cuando veamos cálculos de áreas.

Ejemplo 1. Sabemos que $y = 2$ es una recta horizontal a altura 2 del eje *y*. Sin embargo $y \geq 2$ nos determina todos los puntos que están en la recta y sobre ella.
De esta forma, podemos representarlo de la siguiente manera:

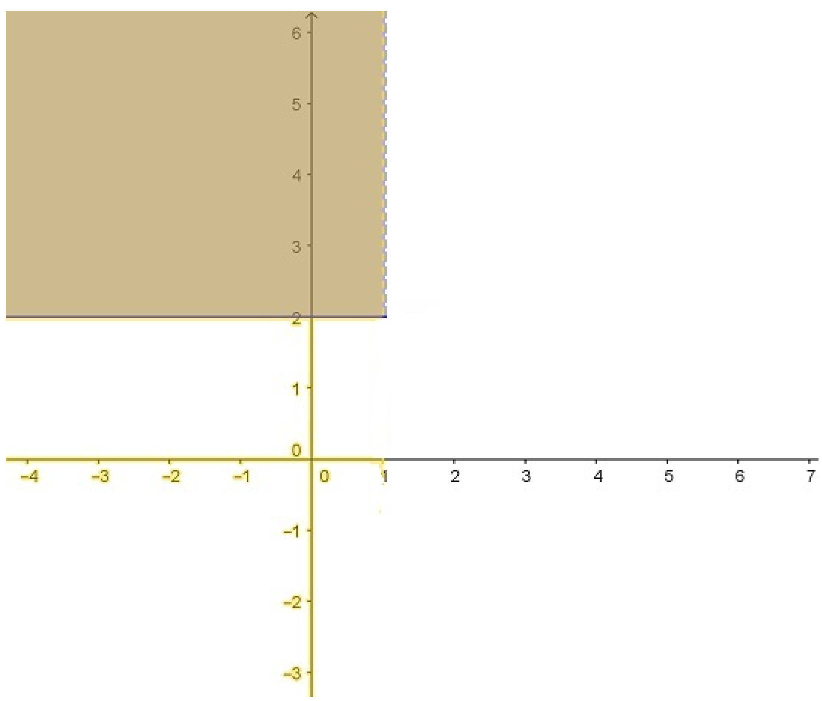


¿Qué diferencia habría si en lugar de decir $y \geq 2$ dijera $y > 2$?
En este caso no incluiría los puntos de la recta $y = 2$, por lo tanto, deberíamos graficarla punteada.

Ejemplo 2. Si la región está dada por dos restricciones, por ejemplo, a la región anterior le agregamos una nueva restricción, como $x < 1$. Esto, sería: $y \geq 2,\ x < 1$. La coma nos indica "y", es decir, intersección. Por lo tanto, debemos graficar las dos regiones, y quedarnos con la zona en donde están sombreadas ambas, como se ve en la siguiente figura.



Por lo tanto, la región indicada es:

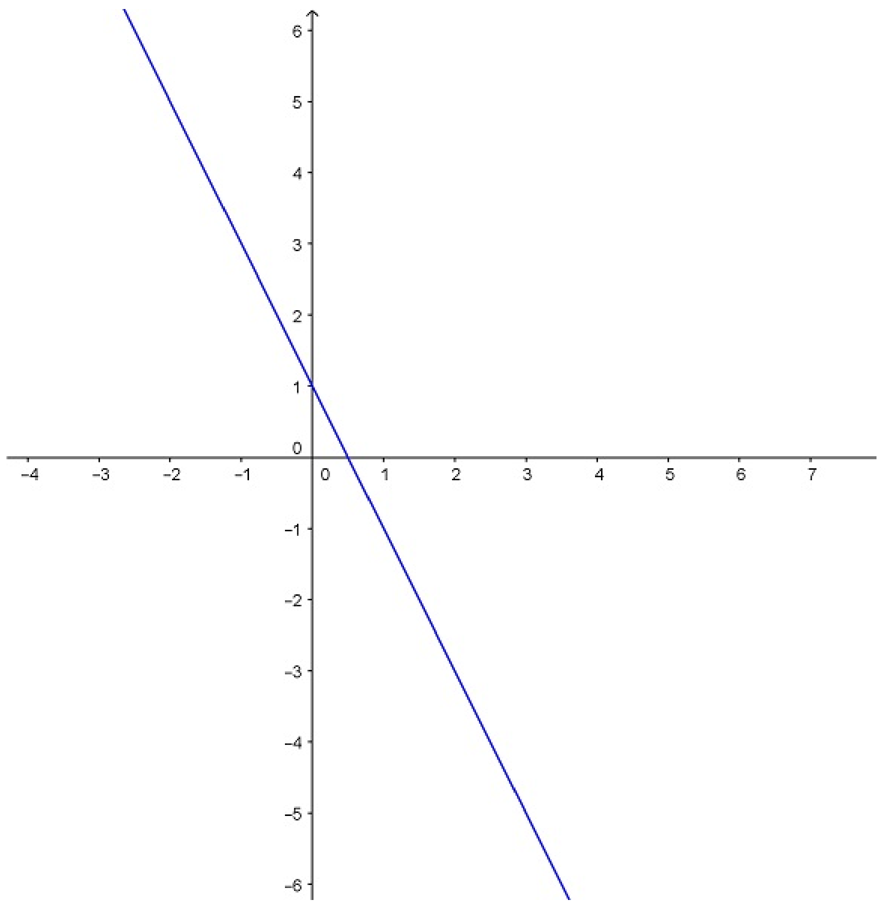


Nótese que la recta $y = 2$ está rellena, pero $x = 1$ no, es punteada, ya que es menor estricto. Esto quiere decir que el punto $(1, 2)$ no pertenece a la región.

Ejemplo 3. No siempre es tan sencillo, como mirar la inecuación y saber qué región sombrear o no. Por ejemplo, si nos pidieran $y \leq -2x+1$, a simple vista no sabríamos qué región sombrear.

En ese caso, procedemos a colocar una igualdad a la inecuación, transformándola en una ecuación: $y = -2x+1$

Y graficamos la recta.



Lo que vemos es que esta recta (podría ser cualquier otro tipo de curva) nos divide al plano en dos. Luego, tomamos un punto cualquiera que no pertenezca a la recta, por ejemplo el $(0,\ 0)$, lo ponemos en la desigualdad $y \leq -2x+1$ y vemos si cumple:

$0 \leq 0+1$

$0 \leq 1$

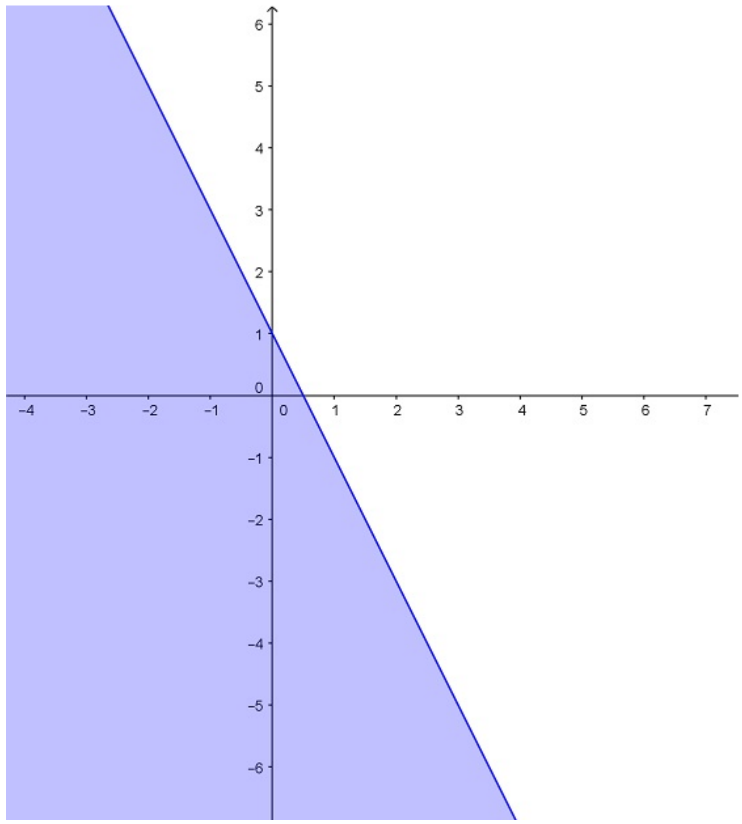
Como la respuesta es afirmativa, la región que comprende a ese punto es la que debemos sombrear. Si hubiéramos elegido, por ejemplo, el punto $(1,\ 2)$ al colocarlo en la desigualdad, nos queda:

$2 \leq -2.1+1$

$2 \leq -1$

En este caso, esto es falso, por lo tanto esa región no hay que sombrearla.

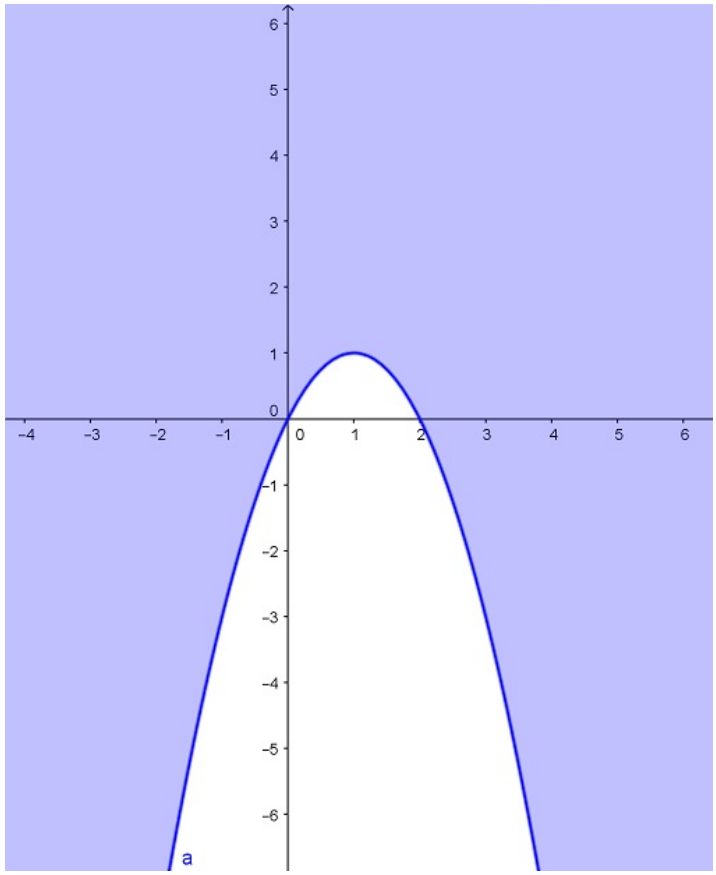
Por lo tanto, la región es:



Ejemplo 4. En los ejemplos anteriores nos manejamos con bordes lineales. Todos los bordes de las regiones eran rectas. Podrían no serlo. Por ejemplo: $y \geq -x^2 + 2x$

Al proceder de la misma manera que en el ejemplo 3, vemos que al colocar un igual, tenemos una parábola. La graficamos y, eligiendo algún punto que no pertenezca a ella, como podría ser el $(1,\ 0)$ en donde nos da falsa la desigualdad, podremos decidir qué región graficar.

Por lo tanto, queda:

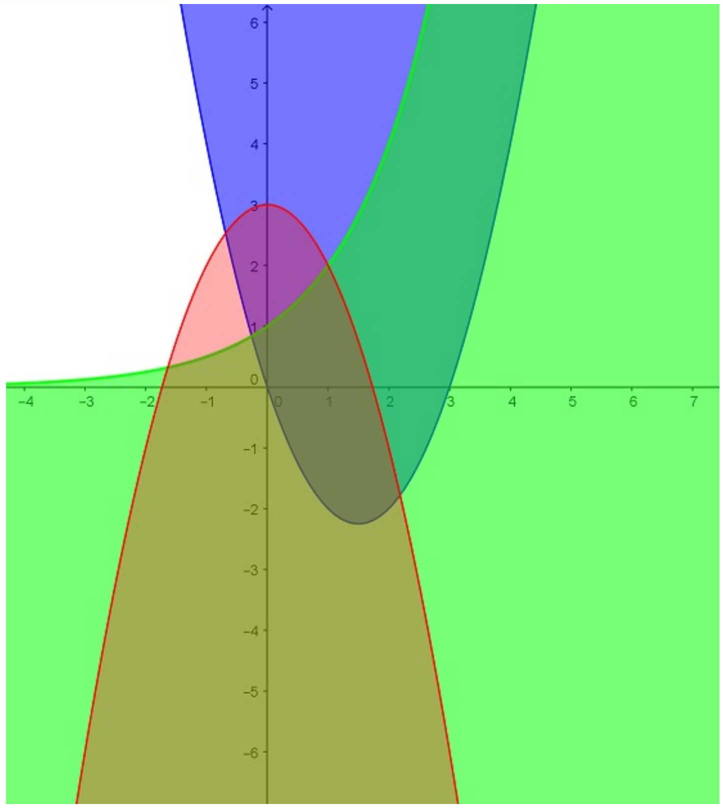


Ejemplo 5. Por último, podríamos tener una combinación de regiones del estilo del ejemplo anterior. Siempre procedemos de la misma manera:

- Elegimos la primera desigualdad.
- Colocamos una igualdad.
- Graficamos la curva.
- Tomamos un punto que no pertenezca a ella, y decidimos qué región sombrear.
- Repetimos los pasos anteriores con el resto de las desigualdades.
- Por último, nos quedamos con la intersección de todas las regiones sombreadas.

Ejemplo: $A = \{x \in R / \quad y \leq -x^2 + 3, \quad y \geq x^2 - 3x, \quad y \leq 2^x\}$

Entonces, si graficamos con cuidado (tratá de hacerlo por tu cuenta), nos queda:



Por lo tanto, la intersección de las tres regiones será: