

Rectas y planos

Unidad 4

Respuestas

Álgebra A (62)
Cátedra: Rosa María Escayola

.UBAXXI



Nota. Si no entendés alguna respuesta o alguna de las tuyas no coincide con las aquí presentadas, no dudes en consultarlo en el foro.

Rectas y planos

Ejercicio 1.

- a) No es Transformación lineal.
- b) Es Transformación lineal.
- c) Es Transformación lineal.
- d) No es Transformación lineal.
- e) Es Transformación lineal.
- f) Es Transformación lineal.

Ejercicio 2.

- a) $T(x_1, x_2) = (x_1 + 2x_2, -x_1)$
- b) $T(x_1, x_2) = (2x_1 + 3x_2, -4x_1 - 6x_2)$
- c) $T(x_1, x_2) = (x_1, x_2)$
- d) $T(x_1, x_2, x_3) = (3x_1 - x_2, 2x_1 + x_2 + x_3, 5x_1 + 2x_3)$
- e) $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + 2x_2 - x_3, x_1 + x_3, 2x_1 + 2x_2)$
- f) $T(x_1, x_2, x_3) = (x_1, x_2, x_3)$
- g) $T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (-x_1 + 2x_2 + x_4, x_3 - x_4, 2x_1 + x_2)$

Ejercicio 3.

- a) $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- b) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$
- c) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$
- d) $\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$
- e) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 4.

- a) $\nexists$ Transformación lineal.
- b) $\exists$ Transformación lineal.
- c) $\nexists$ Transformación lineal.
- d) $\exists$ Transformación lineal.

Ejercicio 5.

- a) $T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + 3x_2, x_1 - x_2, -x_1 + x_2 + 4x_3)$, $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$b) T(x_1, x_2, x_3) = (2x_1 + \frac{1}{4}x_2, x_1 + \frac{1}{4}x_2, x_1 + \frac{1}{4}x_2 - \frac{1}{3}x_3), A = \begin{pmatrix} 2 & \frac{1}{4} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} & 0 \\ 1 & \frac{1}{4} & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$c) T(x_1, x_2, x_3) = (-x_1 + 4x_2 + 3x_3, 2x_2 - x_3, -2x_1 + 6x_2 + 3x_3), A = \begin{pmatrix} -1 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$d) T(x_1, x_2) = (x_1 - x_2, x_1), A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 6.

a) $k = -4$

b) $k = -7$

Ejercicio 7.

a) $B_{T(S)} = (1, -1)$; Interpretación: Cuadruplica el módulo de cada vector de S .

b) i. $B_{T(S)} = (1, 1, 2)$; Interpretación: Transforma el plano S en una recta de dirección $(1, 1, 2)$.

ii. $B_{T(S)} = (5, 2, 7)$; Interpretación: Transforma una recta en otra.

Ejercicio 8.

a) i. $T^{-1}(1, 2) = (\frac{1}{8}, -\frac{13}{8})$
ii. $T^{-1}(M) = \langle (\frac{1}{8}, -\frac{5}{8}) \rangle$

b) i. $T^{-1}(M) = \begin{cases} \emptyset & \text{si } k \neq 6 \\ (3, 0) + \lambda(0, 1) & \text{si } k = 6 \end{cases}$
ii. $T^{-1}(M) = \langle (0, 1) \rangle$

c) i. $T^{-1}(M) = \emptyset$
ii. $T^{-1}(M) = \langle (2, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$

d) i. $T^{-1}(2, 1, 3) = (1, 1, 0)$
ii. $T^{-1}(M) = \langle (1, 1, -1), (1, -1, 0) \rangle$

Ejercicio 9.

a) $T^{-1}(W) = (2, 0, 3) + \lambda(1, 1, -1)$

b) $T(S) = \langle (-1, 3) \rangle$

c) $T^{-1}(L) = \alpha(\frac{2}{3}, 0, 1) + \beta(1, 1, -1)$

Ejercicio 10.

a) $T(1, 0, 2) = (-1, 0, -1), T(0, 0, 1) = (1, 1, 0)$

b) $Nu(T) = \langle (1, 1, -4) \rangle, Im(T) = \langle (1, 2, -1), (1, 1, 0) \rangle$

c) $T^{-1}(-1, 1, 2) = (2, 0, -3) + \lambda(1, 1, -4)$

Ejercicio 11.

a) $T(0, 2, -1) = (\frac{13}{2}, -5, -\frac{1}{2})$

b) $Nu(T) = \langle (1, 0, \frac{5}{2}) \rangle, Im(T) = \langle (\frac{7}{2}, -3, -\frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, -1, -\frac{1}{2}) \rangle$

Ejercicio 12.

a) $Nu(T) = \langle (1, 1, -2) \rangle, Im(T) = \langle (1, 1, 0), (1, 0, 1) \rangle$

b) $Nu(T) = \langle (-1, -2, 1) \rangle, Im(T) = \langle (1, 0, 0), (0, 0, 1) \rangle$

c) $Nu(T) = \langle (1, 0, 1, 0), (0, -2, 0, 1) \rangle, Im(T) = \langle (1, 0, 1), (0, 1, 1) \rangle$

d) $Nu(T) = \langle (1, 0, 1, 0) \rangle, Im(T) = \mathbb{R}^3$

Ejercicio 13.

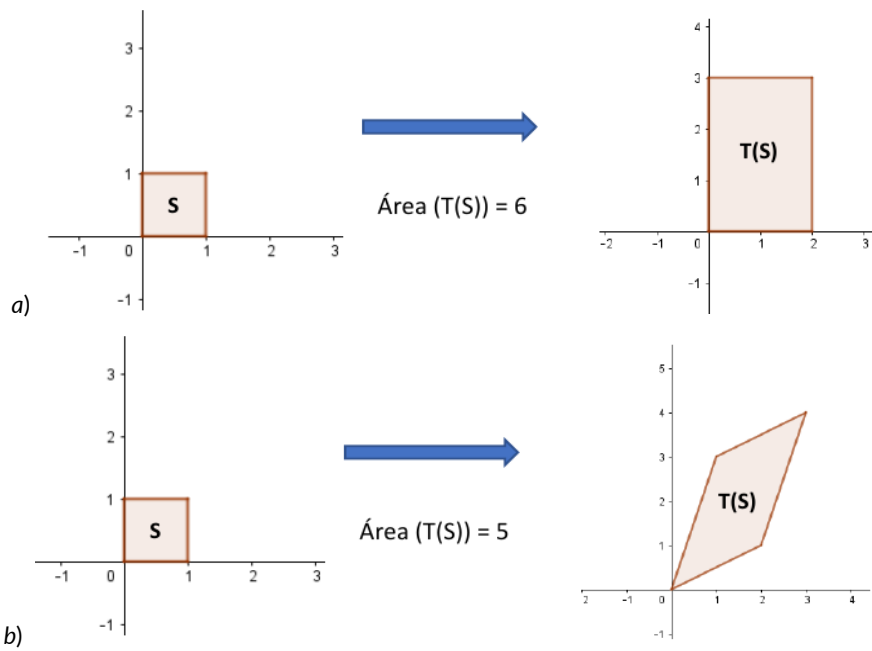


- a) Isomorfismo.
- b) No es isomorfismo ni epimorfismo.
- c) Isomorfismo.
- d) Monomorfismo.
- e) Epimorfismo.

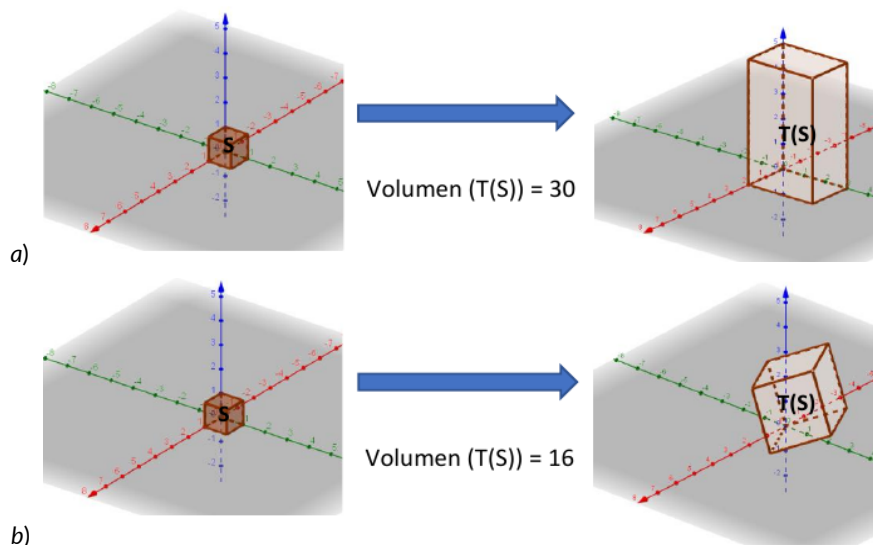
Ejercicio 14. $k \neq -3$

Ejercicio 15. $k \neq \frac{1}{2}$

Ejercicio 16.



Ejercicio 17.



Ejercicio 18.

- a) i. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$
 ii. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
 iii. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 iv. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$
- b) i. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$
 ii. $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$
- c) i. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
 ii. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 iii. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
- d) i. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
 ii. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 iii. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 19.

$$a) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3\sqrt{3}}{2} + 2 \\ \frac{3}{2} - 2\sqrt{3} \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{7\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$d) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 20.

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\frac{\sqrt{2}}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix}$$

$$c) \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 21.

$$a) \text{ i. } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ii. } \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b) \text{ i. } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{ii. } \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$c) \text{ 1) } \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

$$\text{2) } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Ejercicio 22.

a) Rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(2, 0)$ y $(2, 1)$.

b) Rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$, $(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ y $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

c) Rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 1)$ y $(1, 0)$.

d) Rectángulo de vértices $(0, 0)$, $(3, 0)$, $(0, 2)$ y $(3, 2)$.

e) Paralelogramo de vértices $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(4, 2)$ y $(5, 2)$.

f) Paralelogramo de vértices $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(0, 2)$ y $(1, 3)$.

Ejercicio 23.

$$\text{Matriz de } T_1 \circ T_1 = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriz de } T_2 \circ T_3 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\text{Matriz de } T_3 \circ T_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 8 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 24.

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} -\sqrt{2} & \sqrt{2} \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

Ejercicio 25.

a) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} \frac{\sqrt{3}}{8} & -\frac{\sqrt{3}}{16} & \frac{1}{16} \\ \frac{1}{8} & \frac{3}{16} & -\frac{\sqrt{3}}{16} \\ 0 & \frac{1}{8} & \frac{\sqrt{3}}{8} \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Ejercicio 26.

a) $T(x_1, x_2, x_3)^{-1} = (\frac{3}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2, x_3, x_2)$

b) $T(x_1, x_2)^{-1} = (x_1, x_1 - x_2)$

c) $T(\vec{v})^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} & -\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4} & -\frac{3}{4} & \frac{7}{4} \end{pmatrix}$