**UBAXXI - Álgebra A - Resolución del Rec. 1er. parcial - 19/06/25 - Tema 1**

---

- Ejercicio 1 (1.25 ptos.)

Elegí la opción que muestra las coordenadas de un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ de norma 12 que resulta paralelo al vector $\left(\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$.

A) $\left(\frac{24}{5}; -\frac{24}{5}; -\frac{12}{5}\right)$

B) $(-40; -40; -20)$

C) $(-8; 8; 4)$

D) $\left(\frac{2\sqrt{40}}{5}; -\frac{40}{5}; \frac{20}{5}\right)$

Opción correcta: C)

Resolución

Un vector paralelo a $\left(\frac{2}{5}; -\frac{2}{5}; -\frac{1}{5}\right)$ se puede escribir como: $\left(k \cdot \frac{2}{5}; -k \cdot \frac{2}{5}; -k \cdot \frac{1}{5}\right)$ donde $k$ es un número real distinto de cero. Para hacer cumplir que la norma de este vector sea 12, podemos plantear la ecuación:

$\sqrt{\left(\frac{2k}{5}\right)^2 + \left(-\frac{2k}{5}\right)^2 + \left(-\frac{k}{5}\right)^2} = 12$. De allí despejamos los dos posibles valores de $k$ y luego, con este dato, averiguamos las coordenadas posibles para $\vec{v}$.

---

- Ejercicio 2 (1.25 ptos.)

Si se le aplica una dilatación $\alpha = 4$ al vector $\left(-8; -\frac{2}{5}; 1\right)$ seguido de una traslación con dirección $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ se obtiene el vector $(1; 2; -2)$. Si se aplican la misma dilatación y seguido la misma traslación con dirección $\vec{v}$ al vector $(-1; 1; 4)$ se obtiene el vector $\vec{w}$. Indicá la única opción que muestra el valor de las coordenadas de $\vec{w}$.

A) $\vec{w} = \left(33; \frac{18}{5}; -6\right)$

B) $\vec{w} = \left(29; \frac{38}{5}; 10\right)$

C) $\vec{w} = \left(32; \frac{23}{5}; -2\right)$

D) $\vec{w} = \left(29; \frac{18}{5}; 22\right)$

Opción correcta: B)

Resolución

De la primera de las condiciones, podemos plantear: $4 \cdot \left(-8; -\frac{2}{5}; 1\right) + \vec{v} = (1; 2; -2)$ de aquí podemos despejar las coordenadas de $\vec{v} = \left(33; \frac{18}{5}; -6\right)$ Luego, averiguamos $\vec{w}$, usando que la dilatación y traslación ya las tenemos, solo queda plantear:

$\vec{w} = 4 \cdot (-1; 1; 4) + \left(33; \frac{18}{5}; -6\right) = \left(29; \frac{38}{5}; 10\right)$.

---

- Ejercicio 3 (1.25 ptos.)

Considerá las rectas $\mathbb{L}_1 : (x; y; z) = \alpha \cdot (1; 0; -1) + (-1; 2; 3)$; $\mathbb{L}_2 : (x; y; z) = \beta \cdot (0; 2; 2) + (1; 0; 1)$ y elegí la opción que indica la posición relativa entre ellas.

A) Las rectas son paralelas.

B) Las rectas son alabeadas.

C) Las rectas son ortogonales.

D) Las rectas son secantes.

Opción correcta: B)

Resolución

Como los vectores directores no son múltiplos podemos descartar que las rectas sean paralelas. Como el producto escalar entre los vectores directores no da 0, podemos descartar que las rectas sean ortogonales. Como la intersección entre las rectas es vacía, podemos decir que las rectas son alabeadas.

---

- Ejercicio 4 (1.25 ptos.)
Considerá las rectas $Ł_1 : (x; y; z) = \alpha \cdot (1; 0; -1) + (1; 2; 3)$; $Ł_2 : (x; y; z) = \beta \cdot (1; -1; 0) + (1; 3; 2)$. Elegí la opción que muestra el ángulo entre $Ł_1$ y $Ł_2$.

A) $\frac{\pi}{3}$
B) $\frac{\pi}{6}$
C) $\frac{\pi}{4}$
D) $\frac{\pi}{2}$

Opción correcta: A)

Resolución
Para hallar el ángulo entre las rectas debemos calcular el ángulo entre los vectores directores. Dicho ángulo lo calculamos usando la definición de producto escalar. Obtenemos entonces que el coseno del ángulo es $\frac{1}{2}$. Luego el ángulo es $\frac{\pi}{3}$.

---

- Ejercicio 5 (1.25 ptos.)
Considerá el subespacio $S = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1+x_4 = 0\}$. Marcá la única opcion verdadera.

A) El vector $(3; 2; 1; 4)$ pertenece al subespacio $S$.
B) El conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0)\}$ es un sistema de generadores de $S$.
C) El conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0), (1; 1; 1; -1)\}$ es una base del subespacio $S$.
D) La dimension de $S$ es 4.

Opción correcta: B)

Resolución
Dado el subespacio $S = \{(x_1; x_2; x_3; x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_4 = 0\}$, nos piden elegir la opción correcta. Para saber si el conjunto $\{(1; 0; 0; -1), (0; 1; 0; 0), (0; 0; 1; 0)\}$ genera el subespacio $S$, debemos encontrar si existe una combinación lineal de estos vectores tales que $x_1 + x_4 = 0$. O sea, $k(1; 0; 0; -1) + t(0; 1; 0; 0) + s(0; 0; 1; 0) = (-x_4; x_2; x_3; x_4) \to (k; t; s; -k) = (-x_4; x_2; x_3; x_4)$ Es fácil comprobar que $x_1 + x_4 = 0$ porque $k + (-k) = 0$. Luego este enunciado es **verdadero**.

---

- Ejercicio 6 (1.25 ptos.)
Elegí la opción que muestra el valor de $k$ para que el vector $(-5; 1; k)$ sea combinación lineal de $(1; 1; -1)$ y $(2; -1; 1)$.

A) $k = 1$
B) $k = -1$
C) $k = -3$
D) $k = 3$

Opción correcta: B)

Resolución
A partir de la ecuación $(-5; 1; k) = \alpha(1; 1; -1) + \beta(2; -1; 1)$ tenemos que las dos primeras componentes nos devuelven el sistema:

$$\begin{cases} -5 = \alpha + 2\beta \\ 1 = \alpha - \beta \end{cases}$$

A partir de este sistema obtenemos $\alpha = -1$ y $\beta = -2$. En la tercera componente tenemos $k = -\alpha + \beta$, reemplazando en esta los valores obtenidos resulta: $k = -(-1) + (-2) = -1$.

---

- Ejercicio 7 (1.25 ptos.)
Elegí la única opción que muestra las coordenadas del centro y la excentricidad de la elipse de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$.

A) Centro=$(3, -1)$, excentricidad=$\frac{\sqrt{5}}{3}$.
B) Centro=$(3, -1)$, excentricidad=$\frac{3}{\sqrt{5}}$.
C) Centro=$(-3, 1)$, excentricidad=$\frac{\sqrt{5}}{2}$.
D) Centro=$(-3, 1)$, excentricidad=$\frac{2}{\sqrt{5}}$.

Opción correcta: A)

Resolución
La elipse de ecuación $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y+1)^2}{4} = 1$ tiene como centro al punto de coordenadas $(3, -1)$. Y como $a > b$, su excentricidad se calcula como $e = \frac{c}{a}$. Como $a = 3$ y $b = 2$ puede calcularse como $9 = 4 + c^2$. Luego como $c = \sqrt{5}$ entonces $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

---

- Ejercicio 8 (1.25 ptos.)
Elegí la opción que indica la medida del radio y las coordenadas del centro de la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$.

A) Centro=$(3, -1)$, radio=$\sqrt{10}$.
B) Centro=$(-3, 1)$, radio=10.
C) Centro=$(3, -1)$, radio=10.
D) Centro=$(-3, 1)$, radio=$\sqrt{10}$.

Opción correcta: A)

Resolución
El procedimiento de completar cuadrados permite reescribir la ecuación $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 0$ como $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 10$. Así es posible encontrar las coordenadas del centro $(3, -1)$ y la medida del radio=$\sqrt{10}$ de la circunferencia.

---