

- Ejercicio 1 (1.25 puntos)

Considerá  $z \in \mathbb{C}$ . Indicá la única opción que contiene una de las soluciones de la ecuación  $z - 2i = z^{-1}$

A) 0

B)  $2i$

C)  $i$

D)  $3i$

Opción correcta: C)

Resolución

A la ecuación  $z - 2i = z^{-1}$  la podemos reescribir como  $z^2 - 2iz - 1 = 0$ . Usando ahora la fórmula resolvente queda que la única raíz es  $i$ . Luego, buscando entre las opciones, la única correcta es la C). Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 13.

---

- Ejercicio 2 (1.25 puntos)

Considerá  $z = \frac{1}{3}i^6(3 + 3i)^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ .

Indicá la única opción que muestra la forma binomial de  $z$

A)  $6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}i$

B)  $6\sqrt{2} - 6\sqrt{2}i$

C)  $-6$

D) 6

Opción correcta: D)

Resolviendo las operaciones indicadas, recordando que  $i^2 = -1$

y que  $(3 + 3i)^2 = 9(1 + i)^2$  nos queda:

$$\begin{aligned} z &= \frac{1}{3}i^6(3 + 3i)^2 \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + i\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \\ &= 6(\cos(2\pi) + i\operatorname{sen}(2\pi)) \\ &= 6. \end{aligned}$$

Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 13.

---

- Ejercicio 3 (1.25 puntos)

Considerá los polinomios  $f(x) = x^4 + 8x^3 + 13x^2 - 7x + c$  y  $g(x) = x^2 + 2x - 8$ , donde  $c \in \mathbb{R}$ .

Si se sabe que  $f(x)$  es divisible por  $(x + 5)$ , elegí la única opción que muestra el polinomio resto de la división entre  $f(x)$  por  $g(x)$ .

A)  $23x + 87$

C)  $x^2 + 6x + 9$

B) 87

D) 0

Opción correcta: A)

Resolución

Como  $x + 5$  divide a  $f$  luego  $f(-5) = 0$ . Esta ecuación permite hallar  $c = 15$ . Con este dato, solo resta hacer el cociente entre  $f$  y  $g$  para encontrar el polinomio resto de esa división. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 14.

---

---

- Ejercicio 4 (1.25 puntos)

Considerá el polinomio  $P(x) = x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 7x + 21$ . Si  $i$  es raíz de  $P$ , elegí la opción que muestra su factorización en  $\mathbb{C}$ .

- A)  $(x - 3)(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})(x^2 + 1)$
- B)  $(x - 3)(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7})(x - i)(x + i)$
- C)  $(x - 3)(x^2 - 7)(x - i)(x + i)$
- D)  $(x - 3)(x^2 - 7)(x^2 + 1)$

Opción correcta: B)

Resolución

Como  $i$  es raíz de  $P$  también es raíz  $-i$ . Luego  $(x - i)(x + i) = x^2 + 1$  divide a  $P$ . Entonces  $P(x) = x^5 - 3x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 7x + 21 = (x^3 - 3x^2 - 7x + 21)(x - i)(x + i)$ . Por el lema de Gauss se obtiene que  $x = 3$  es raíz de  $P$ . Luego:  $P(x) = (x^2 - 7)(x - 3)(x - i)(x + i)$ . De esta última expresión se obtiene la factorización buscada sabiendo que  $x = \sqrt{7}$  y  $x = -\sqrt{7}$  también son raíces de  $P$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 14.

---

- Ejercicio 5 (1.25 puntos)

Considerá la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -4 & 0 & k \\ 0 & k^2 & 3 \end{pmatrix}$ . Elegí la única opción que indica el/los valores de  $k$  para el/los cual/es la matriz admite inversa.

- A)  $k \neq -\sqrt{3}, k \neq \sqrt{3}$
- B)  $k = -\sqrt{3}, k = \sqrt{3}$
- C) Para ningún valor del número real  $k$ .
- D)  $k \in \mathbb{R}$

Opción correcta: A)

Resolución

Si calculás el determinante de la matriz  $A$ , obtenés la expresión  $-4k^2 + 12$ . Ésta debe ser distinta de cero para que la matriz admita inversa y eso se verifica para los valores de  $k$  distintos a  $-\sqrt{3}$  y a  $\sqrt{3}$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 10.

---

- Ejercicio 6 (1.25 puntos)

Considerá el sistema de ecuaciones lineales: 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 2 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 &= 5 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\ 3x_1 + 4x_3 + x_4 &= 2 \end{cases}$$

Elegí la opción que muestra la clasificación para este sistema en función de su solución.

- A) Sistema no homogéneo y compatible indeterminado.
- B) Sistema no homogéneo y compatible determinado.
- C) Sistema homogéneo y compatible determinado.
- D) Sistema incompatible.

Opción correcta: B)

Resolución

El sistema que se ofrece no es homogéneo por lo que podés descartar una opción. Si lo resolvés, vas a poder expresar su conjunto solución como  $(1; 2; 0; -1)$ . Luego el sistema no es homogéneo y tiene solución única. Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 8 y 10.

---

---

- Ejercicio 7 (1.25 puntos)

Considerá la transformación lineal  $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^4$  de la cual se conoce que  $T(0; 1; 0) = (1; 4; 2; 0)$ ,  $T(1; 0; 0) = (0; 4; 2; 0)$  y  $T(0; 0; 1) = (1; 0; 0; 0)$ .

Indicá cuál de las siguientes afirmaciones, acerca de  $T$ , es la única correcta.

A)  $\dim(\text{Imagen}(T)) = 3$

C)  $T$  es monomorfismo.

B)  $T$  es isomorfismo.

D)  $\dim(\text{Nu}(T)) = 1$

Opción correcta: D)

Resolución

Con los datos ofrecidos, es posible dar con el conjunto imagen de  $T : \langle (1; 4; 2; 0), (0; 4; 2; 0), (1; 0; 0; 0) \rangle$ . Al analizar este subespacio, se llega a que tiene dimensión 2, puesto que se trata de un conjunto linealmente dependiente, el primero de los vectores es la suma de los otros dos; entonces A) es falsa. También B) es falsa, porque el conjunto de llegada de  $T$  es  $\mathbb{R}^4$ , no podría ser epimorfismo, por lo tanto tampoco isomorfismo. Por el teorema de la dimensión arribamos a que  $\dim(\mathbb{R}^3) = \dim(\text{Nu}(T)) + \dim(\text{Imagen}(T))$ , de donde deducimos que  $\dim(\text{Nu}T) = 1$  y en consecuencia, C) es falsa y D) es la única afirmación verdadera. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 11.

---

- Ejercicio 8 (1.25 puntos)

Considerá la transformación lineal de expresión  $T(x_1; x_2; x_3) = (x_1; x_2; x_1 - x_3)$  y el subespacio  $S = \{(x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 + 5x_2 = 0; x_3 = 0\}$ . Indicá la opción que muestra el subespacio  $H$ , tal que  $T(H) = S$ .

A)  $\langle (-5; 1; 0) \rangle$

B)  $\{(x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 = x_3\}$

C)  $\langle (5; 1; 0); (0; 0; 1) \rangle$

D)  $\{(x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}^3 : x_1 - x_3 = 0; x_1 + 5x_2 = 0\}$

Opción correcta: D)

Resolución

Lo primero que podemos hallar son los generadores de  $S$  a partir de las ecuaciones que lo definen, nos que queda  $S = \langle (-5; 1; 0) \rangle$ . Al aplicarle  $T$  al subespacio de la primera opción no nos devuelve  $S$ , tampoco con el de la tercera opción. La segunda opción corresponde a un subespacio de dimensión 2 al aplicarle  $T$ , por lo que también la desestimamos. La opción correcta es la última, dado que indica el subespacio  $\langle (-5; 1; -5) \rangle$  y al aplicarle  $T$  obtenemos el subespacio  $S$ . Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 11 y 12.

---