

- Ejercicio 1 (1.25 puntos)

El vector $(4; -3; 2)$ es ortogonal al vector $(p; 7; q)$ y también es ortogonal al vector $(-5; 3; -p)$. Elegí la única opción que muestra los valores de p y q .

A) $p = -\frac{29}{2}, q = \frac{79}{2}$

C) $p = \frac{29}{2}, q = -\frac{25}{3}$

B) $p = -\frac{79}{2}, q = 0$

D) $p = -\frac{29}{2}, q = \frac{79}{4}$

Opción correcta: A)

Resolución

Si dos vectores son ortogonales, su producto escalar es cero. Podemos plantear las dos condiciones: $(4; -3; 2) \cdot (p; 7; q) = 0$ y $(4; -3; 2) \cdot (-5; 3; -p) = 0$. De allí se derivan dos ecuaciones de donde se pueden determinar p y q . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 2 (1.25 puntos)

Un vector $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$ de norma 18 que resulta paralelo al vector $(\frac{2}{9}; -\frac{2}{9}; \frac{1}{9})$ es:

A) $\vec{v} = (\frac{4}{9}; -\frac{4}{9}; \frac{2}{9})$

C) $\vec{v} = (-12; 12; -6)$

B) $\vec{v} = (4; -4; 2)$

D) $\vec{v} = (-\frac{\sqrt{17}}{9}; \frac{3\sqrt{17}}{9}; \frac{10}{9})$

Opción correcta: C)

Resolución

Un vector paralelo a $(\frac{2}{9}; -\frac{2}{9}; \frac{1}{9})$ se puede escribir como: $(k \cdot \frac{2}{9}; -k \cdot \frac{2}{9}; k \cdot \frac{1}{9})$ donde k es un número real distinto de cero. Para hacer cumplir que la norma de este vector sea 18, podemos plantear la ecuación: $\sqrt{(\frac{2k}{9})^2 + (-\frac{2k}{9})^2 + (\frac{k}{9})^2} = 18$ De allí despejamos los dos posibles valores de k y luego, con este dato, averiguamos las coordenadas posibles para \vec{v} . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 3 (1.25 puntos)

Indicá la opción que muestra el/los valor/es de $k \in \mathbb{R}$ para que se cumpla que el punto $A = (2; 6)$ sea la proyección ortogonal del punto $B = (4; -1)$ sobre la recta

$$L = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 : (x; y) = \lambda (\frac{2}{k^2}; 7) + (1; \frac{40}{7}), \lambda \in \mathbb{R}\}$$

A) $k = \pm \frac{2}{7}$

B) $k = \frac{7}{2}$

C) $k = \frac{4}{49}$

D) $k = \pm \frac{4}{3}$

Opción correcta: A)

Resolución

Como sabemos que A es la proyección del punto B sobre la recta L , lo que se tiene que cumplir es que $B - A = (2; -7)$ sea ortogonal a la dirección de la recta. Podemos usar este dato y plantear: $(2; -7) \cdot (\frac{2}{k^2}; 7) = 0$, de donde podemos despejar, k . También se puede verificar que para estos valores de k el punto A resulta efectivamente un punto de la recta L . Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 2 y 3.

- Ejercicio 4 (1.25 puntos)

Considerá el plano Π_1 que contiene a los puntos $A = (1; 8; 4)$, $B = (0; 1; -1)$ y $C = (-2; 1; 3)$. Indicá la opción que muestra una ecuación del plano Π_2 que resulta paralelo a Π_1 y pasa por el punto $(0; 0; 1)$.

A) $-2x + y - z = 0$

C) $-2x - y - z = -1$

B) $2x - y + z = -2$

D) $2x - y + z = 1$

Opción correcta: D)

Resolución

Lo primero que hacemos es hallar dos direcciones del plano, por ejemplo $C - A$ y $B - A$ resultan dos vectores directores del plano Π_1 y también del plano Π_2 . Como en las opciones se ofrecen las ecuaciones implícitas debemos hallar el vector normal, eso lo hacemos realizando el producto vectorial entre las dos direcciones obteniendo $(28; -14; 14)$.

