
- Ejercicio 1 (1.25 puntos)
  El conjunto $S = \{(1;-3;2),(-2;-6;-4),(-1;1;-2)\}$ es linealmente dependiente. Elegí la terna de valores que corresponde a los coeficientes de la combinación lineal entre los vectores de S igual al vector nulo.

  A) $\lambda = 4, \mu = \frac{1}{2}, \nu = 3$

  B) $\lambda = -2, \mu = \frac{1}{2}, \nu = -3$

  C) $\lambda = -4, \mu = \frac{1}{2}, \nu = -3$

  D) $\lambda = 4, \mu = -\frac{1}{2}, \nu = -3$

  Opción correcta: B)
  Resolución
  A partir de plantear la combinación lineal $\lambda \cdot (1;-3;2) + \mu \cdot (-2;-6;-4) + \nu \cdot (-1;1;-2) = (0;0;0)$ obtenemos el sistema homogéneo:

$$\begin{cases} \lambda - 2\mu - \nu = 0 \\ -3\lambda - 6\mu + \nu = 0 \\ 2\lambda - 4\mu - 2\nu = 0 \end{cases}$$

  el cual tiene como solución no trivial que $\lambda = -4\mu$ y $\nu = -6\mu$, con μ pudiendo tomar cualquier valor con lo cual dándoles valores a este último tenemos que la única terna que es solución del sistema es $\nu = -3, \lambda = -2, \mu = \frac{1}{2}$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

- Ejercicio 2 (1.25 puntos)
  Considerá el subespacio $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_1 + x_2 - x_5 = 0 \wedge x_3 = 0\}$. Elegí la terna de valores que hace que el vector $(\alpha; \beta; 0; \gamma; \gamma)$ pertenezca a S.

  A) $\alpha = 1, \beta = 3, \gamma = 4$

  B) $\alpha = 1, \beta = -3, \gamma = 4$

  C) $\alpha = 1, \beta = 3, \gamma = -4$

  D) $\alpha = -1, \beta = 3, \gamma = 4$

  Opción correcta: A)
  Resolución
  De las ecuaciones que definen S, podemos notar que basta con que $\alpha + \beta = \gamma$ para que el vector pertenezca a S. La única terna que cumple esta condición es la A). Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

- Ejercicio 3 (1.25 puntos)
  Indica la opción que corresponde a la ecuación de una circunferencia que tiene el mismo centro que $x^2 + y^2 + 4x - 7y - 32{,}75 = 0$ y cuyo radio es la mitad del de ésta.

  A) $x^2 + y^2 - 4x + 7y = 8{,}25$

  B) $x^2 + y^2 + 4x - 7y - 8{,}25 = 0$

  C) $x^2 + y^2 - 4x + 7y + 4 = 0$

  D) $x^2 + y^2 + 4x - 7y + 4 = 0$

  Opción correcta:D)
  Resolución
  Al completar cuadrados en la ecuación $x^2 + y^2 + 4x - 7y - 32{,}75 = 0$ se obtiene $(x+2)^2 + (y-3{,}5)^2 = 49$. La ecuación de la circunferencia pedida es ofrecida en la opción B) ya que tiene el mismo centro $(-2; 3{,}5)$ y radio $r = \frac{7}{2} = 3{,}5$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 5.

- Ejercicio 4 (1.25 puntos)
Elegí la opción que muestra las coordenadas de los focos de la cónica de ecuación
$-7x^2 + 4y^2 - 28x - 8y - 52 = 0$.

A) $(-2; 1 + \sqrt{3}), (-2; 1 - \sqrt{3})$
B) $(1 + \sqrt{3}; -2), (1 - \sqrt{3}; -2)$
C) $(1 + \sqrt{11}; -2), (1 - \sqrt{11}; -2)$
D) $(-2; 1 + \sqrt{11}), (-2; 1 - \sqrt{11})$

Opción correcta: D)
Resolución
Con el procedimiento de completar cuadrados podemos escribir la ecuación de la hipérbola $-7x^2 + 4y^2 - 28x - 8y - 52 = 0$ como $\frac{(y-1)^2}{7} - \frac{(x+2)^2}{4} = 1$.Resulta ser una hipérbola de eje focal vertical en $x = -2$. Con la relación pitagórica entre los parámetros se puede obtener $c = \sqrt{11}$. Luego, la abscisa de los focos es -2 y la ordenada se obtiene de sumar restar el valor de c a la ordenada del centro $(-2; 1)$ de la hipérbola. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 6.

- Ejercicio 5 (1.25 puntos)
Considerá los vectores $\vec{v}, \vec{w} \in \mathbb{R}^3$ tales que se verifican las siguientes condiciones: $\vec{v} \cdot \vec{w} = -\frac{1}{6}$, la norma de $\vec{v}$ es $\frac{5}{3}$ y $\vec{w} = \left(-\frac{1}{5}; \frac{3}{5}; \frac{9}{10}\right)$. Elegí la única opción que muestra el valor de $\cos(\alpha)$ si α es el ángulo determinado por los vectores $\vec{v}$ y $\vec{w}$.

A) -$\frac{1}{11}$
B) 11
C) -11
D) $\frac{1}{11}$

Opción correcta: A)
Resolución
La fórmula para hallar el ángulo entre dos vectores: $\cos(\alpha) = \frac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{||\vec{v}|| \cdot ||\vec{w}||}$. Si se reemplazan los datos del problema en esta igualdad, resulta: $\cos(\alpha) = \frac{-\frac{1}{6}}{\frac{5}{3} \cdot \frac{11}{10}}$de donde se deduce la opción correcta. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 6 (1.25 puntos)
Al vector $\vec{u} = \left(\frac{3}{7}; -\frac{1}{7}; -\frac{2}{7}\right)$ se le aplica una dilatación $\beta \in \mathbb{R}$ y, luego, una traslación de dirección $(-6; 3; 4)$ y se obtiene el vector $(-3; 2; 2)$. Elegí la única opción que muestra el valor de β.

A) -7
B) $-\frac{1}{7}$
C) $\frac{1}{7}$
D) 7

Opción correcta: D)
Resolución
La ecuación vectorial $\beta \left(\frac{3}{7}; -\frac{1}{7}; \frac{2}{7}\right) + (-6; 3; 4) = (-3; 2; 2)$ permite encontrar el vector de β. Si se expresa el primer término como un solo vector, aplicando las operaciones correspondientes, y se iguala coordenada a coordenada, se podrá obtener el valor de β. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 7 (1.25 puntos)
Indicá la opción que muestra al plano que contiene a las rectas:
$L_1 = \{(x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}^3 : \beta(-3; 1; 4) + (0; 0; 1), \beta \in \mathbb{R}\}$
$L_2 = \{(x_1; x_2; x_3) \in \mathbb{R}^3 : x - 4y = 0; -y + z = 1\}$

A) $-3x + 19y - 7z = -7$
B) $3x - 19y + 7z = -10$
C) $-3x - 19y - 7z = -7$
D) $-3x + y + 4z = 1$

Opción correcta: A)
Resolución
Un plano que contiene a las dos rectas tiene un vector normal que resulta ortogonal a ambas, para hallarlo podemos hacer el producto vectorial entre las direcciones de las rectas. La dirección de L_1 es $(-3; 1; 4)$; y para hallar la dirección de L_2 podemos primero llevarla a su forma vectorial, la que nos queda $(4; 1; 1)\alpha + (0; 0; 1)$, por lo que su dirección es $(4; 1; 1)$. Entonces, la normal del plano es $(-3; 1; 4) \times (4; 1; 1) = (-3; 19; -7)$.

Además, el punto de intersección entre las rectas se puede ver que es $(0;0;1)$. Con estos datos podemos construir el plano y nos queda $-3x+19y-7z=-7$. Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 2 y 3.

- Ejercicio 8 (1.25 puntos)

Indicá la única opción que muestra los puntos de la recta $L=\left\{(x;y;z)\in\mathbb{R}^3:(x;y;z)=\lambda\left(\frac{1}{4};1;-1\right)+(2;0;3),\lambda\in\mathbb{R}\right\}$ que están a distancia $\sqrt{35}$ del punto $A=(2;1;4)$.

A) $(1;4;-4)$ y $(-1;-4;4)$

B) $(1;-1;-5)$ y $(-1;-5;3)$

C) $(37;1;4)$ y $(2;1;39)$

D) $(3;4;-1)$ y $(1;-4;7)$

Opción correcta: D)

Resolución

Por un lado, las coordenadas del punto buscado tiene que escribirse como $\left(\frac{1}{4}\lambda+2;\lambda;-\lambda+3\right)$. Siguiendo, como queremos que está a distancia $\sqrt{35}$ de A, planteamos la ecuación: $||\left(\frac{1}{4}\lambda+2;\lambda;-\lambda+3\right)-(2;1;4)||=\sqrt{35}$ desde allí se pueden hallar los valores de λ que son ± 4, y para estos valores se obtienen los puntos buscados. Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 2 y 3.
