

- Ejercicio 1 (1.25 pto.)

El conjunto  $\{(1, 2, 3, 1, 1), (\alpha + \beta + \gamma, 2\alpha - \beta + \gamma, \alpha - 2\beta - \gamma, 3, 2), (1, 0, 1, 2, 1)\}$  es linealmente dependiente. Elegí la terna de valores  $\alpha, \beta, \gamma$  para que esta afirmación sea verdadera.

A)  $\alpha = 4, \beta = 2, \gamma = 4$

C)  $\alpha = 4, \beta = 2, \gamma = -4$

B)  $\alpha = -4, \beta = -2, \gamma = -4$

D)  $\alpha = 4, \beta = -2, \gamma = -4$

Opción correcta: C)

Resolución

Si planteamos la combinación lineal  $(1, 2, 3, 1, 1) + (1, 0, 1, 2, 1) = (2, 2, 4, 3, 2)$  podemos concluir que  $(2, 2, 4, 3, 2) = (\alpha + \beta + \gamma, 2\alpha - \beta + \gamma, \alpha - 2\beta - \gamma, 3, 2)$  de donde obtenemos el sistema:

$$\begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 2 \\ 2\alpha - \beta + \gamma = 2 \\ \alpha - 2\beta - \gamma = 4 \end{cases}$$

cuya solución es  $\alpha = 4, \beta = 2$  y  $\gamma = -4$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

---

- Ejercicio 2 (1.25 pto.)

Considerá el subespacio  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 : x_1 + x_3 = 0\}$ . Elegí la única afirmación verdadera.

A) El vector  $(-1, 2, -1, -1)$  pertenece a  $S$ .

B) El conjunto  $\{(1, 0, -1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1)\}$  es una base de  $S$ .

C) El conjunto  $\{(1, 0, -1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1), (1, 1, 1, 0)\}$  es un sistema de generadores de  $S$ .

D) La dimensión de  $S$  es 4.

Opción correcta: B)

Resolución

El ítem A) se descarta comprobando que  $x_1 + x_3 = -1 - 1 = -2 \neq 0$ . Mientras que en C) vemos que  $(1; 1; 1; 0)$  no pertenece a  $S$ . A partir de  $x_1 + x_3 = 0$  tenemos que  $x_3 = -x_1$  con las otras tres variables libres, entonces todos los puntos son de la forma

$(x_1, x_2, -x_1, x_4) = x_1(1, 0, -1, 0) + x_2(0, 1, 0, 0) + x_4(0, 0, 0, 1)$  con lo cual el conjunto

$(1, 0, -1, 0), (0, 1, 0, 0), (0, 0, 0, 1)$  es una base de  $S$ . Como la base tiene tres elementos la dimensión de  $S$  es 3. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

---

- Ejercicio 3 (1.25 pto.)

Considerá las circunferencias de ecuación:  $C_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 + 5x - 2y + 1 = 0\}$  y  $C_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 - 6x - 10y + 27 = 0\}$ . Elegí la única opción que muestra la ecuación de la circunferencia  $C_3$  que tiene el mismo centro que  $C_1$  y el mismo radio que  $C_2$ .

A)

$$(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = \frac{25}{4}$$

C)

$$(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = \sqrt{7}$$

B)

$$(x + 2,5)^2 + (y - 1)^2 = 7$$

D)

$$(x - 2,5)^2 + (y + 1)^2 = 7$$

Opción correcta: B)

### Resolución

Completando cuadrados obtenemos las expresiones canónicas  $C_1 : (x + 2, 5)^2 + (y - 1)^2 = 6, 25$  y  $C_2 : (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 7$ , podemos decir entonces que  $C_3$  tendrá su centro en el punto de coordenadas  $(-2, 5; 1)$  y radio  $\sqrt{7}$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 5.

---

#### - Ejercicio 4 (1.25 pto.)

Elegí la única opción que muestra la ecuación de la hipérbola con focos  $F_1 = (5, 3)$  y  $F_2 = (5, -5)$  y vértice en  $A = (5, 0)$ .

A)

$$(y + 1)^2 - \frac{(x - 5)^2}{15} = 1$$

C)

$$\frac{(x + 5)^2}{100} - y^2 = 1$$

B)

$$\frac{(x - 5)^2}{15} + (y - 1)^2 = 1$$

D)

$$(y + 1)^2 - \frac{(x - 5)^2}{7} = 1$$

Opción correcta: A)

### Resolución

De los datos surge que la distancia focal  $2c = 8$  y el punto  $A = (5, 0)$  es el vértice de la hipérbola. El centro de la hipérbola es el punto medio del segmento  $\overline{F_1 F_2}$ :  $C = (5, -1)$ . La distancia entre el vértice  $A$  y el centro  $C$  nos da el valor de  $a = 1$ . Teniendo en cuenta que para la hipérbola se cumple  $c^2 = a^2 + b^2$  aquí resulta  $4^2 = 1^2 + b^2$ , y por lo tanto  $b^2 = 15$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 6.

---

#### - Ejercicio 5 (1.25 pto.)

El vector  $\vec{v} \in \mathbb{R}^3$  tiene norma 6 y es paralelo al vector  $(-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5})$ .

Elegí la única opción que muestra las posibles coordenadas del vector  $\vec{v}$ .

A)  $(-\frac{12}{5}, \frac{12}{5}, -\frac{6}{5})$

B)  $(-4, 4, -2)$

C)  $(4, 4, 2)$

D)  $(-\frac{2\sqrt{6}}{5}, \frac{2\sqrt{6}}{5}, -\frac{\sqrt{6}}{5})$

Opción correcta: B)

### Resolución

Como  $\vec{v}$  es paralelo a  $(-\frac{2}{5}, \frac{2}{5}, -\frac{1}{5})$  entonces es posible escribir a  $\vec{v} = (-\frac{2}{5}k, \frac{2}{5}k, -\frac{1}{5}k)$  con  $k \in \mathbb{R}$ . Además, debe cumplir que  $||\vec{v}|| = 6$ . Luego, podemos plantear la ecuación:

$\sqrt{(-\frac{2}{5}k)^2 + (\frac{2}{5}k)^2 + (-\frac{1}{5}k)^2} = 6$ . De esta última ecuación se pueden obtener los valores de  $k$  para elegir las posibles coordenadas de  $\vec{v}$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

---

#### - Ejercicio 6 (1.25 pto.)

Considerá los vectores  $\vec{v} = (2, -3, 4)$ ,  $\vec{u} = (a, b, -8)$  y  $\vec{w} = (-\frac{1}{4}, a, -7)$  con  $a, b \in \mathbb{R}$ .

Elegí la única opción que muestra los valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  para que  $\vec{v}$  sea ortogonal a  $\vec{u}$  y a  $\vec{w}$ .

A)  $a = -\frac{19}{2}, b = 0$

C)  $a = -\frac{19}{2}, b = -17$

B)  $a = -\frac{19}{2}, b = 17$

D)  $a = -4, b = 6$

Opción correcta: C)

### Resolución

Dos vectores son ortogonales si su producto escalar es nulo. Por ende, de las ecuaciones  $(2, -3, 4) \cdot (a, b, -8) = 0$  y  $(2, -3, 4) \cdot (-\frac{1}{4}, a, -7) = 0$  se pueden determinar  $a$  y  $b$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

---

---

- Ejercicio 7 (1.25 pto.)

Indicá la opción que muestra el simétrico del punto  $P = (17, -9, 3)$  respecto a la recta  $L = \{X \in \mathbb{R}^3 : X = \lambda(1, 1, -1) + (0, 1, 8), \lambda \in \mathbb{R}\}$ .

- A)  $(-9, 19, 5)$                       B)  $(4, 5, 4)$                       C)  $(21, -4, 7)$                       D)  $(9, -19, -5)$

Opción correcta: A)

Resolución

Para hallar el simétrico de  $P$  podemos construir un plano ortogonal a la recta que pase por  $P$ , obteniendo:  $x+y-z=5$ . La intersección del plano con la recta es un punto  $R$  que será el punto medio entre  $P$  y su simétrico. Las coordenadas de  $R$  son  $(4, 5, 4)$ , luego usando lo anterior,  $R = \frac{P+Q}{2}$ , de donde se despeja las coordenadas del punto  $Q$ , el simétrico de  $P$  respecto a la recta  $L$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 3.

---

- Ejercicio 8 (1.25 pto.)

Considerá el plano  $\Pi$  de ecuación  $-y + z = 1$ . Indicá la única opción que muestra la ecuación de la recta que  $L$  perpendicular a  $\Pi$  y que contiene al punto  $P = (1, -9, 7)$

- A)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : -y + z = 1, 2x - y + 7z = 0\}$   
B)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1; z + y = -2\}$   
C)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y, z) = \beta(0, -1, 1), \beta \in \mathbb{R}\}$   
D)  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : (x, y, z) = \beta(1, -1, 1) + (1, -9, 7); \beta \in \mathbb{R}\}$

Opción correcta: B)

Resolución

La recta perpendicular al plano tiene como vector director a  $(0, -1, 1)$  entonces como las rectas de la primera y cuarta opción no cumplen esto, podemos descartarlas. Además, el punto  $P$  debe pertenecer a la recta buscada por lo que de las opciones restantes, nos quedamos con la segunda. Estos contenidos los podés encontrar en las sesiones 2 y 3.

---