

- Ejercicio 1 (1.25 pto.)

Sabiendo que  $\{(1, 2, 3), (1, 6, 5), (1, 0, 2)\}$  es linealmente dependiente, elegí la terna de valores que corresponde a los coeficientes de la combinación lineal igual al vector nulo.

A)  $\lambda = 3, \mu = 2, \nu = -1$

C)  $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = -1$

B)  $\lambda = 3, \mu = -2, \nu = 1$

D)  $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = 1$

Opción correcta: D)

Resolución

A partir de plantear la combinación lineal  $\lambda \cdot (1, 2, 3) + \nu \cdot (1, 6, 5) + \mu \cdot (1, 0, 2) = (0, 0, 0)$  obtenemos el sistema homogéneo:

$$\begin{cases} \lambda + \mu + \nu = 0 \\ 2\lambda + 6\nu = 0 \\ 3\lambda + 2\mu + 5\nu = 0 \end{cases}$$

el cual tiene como solución no trivial que  $\lambda = -3\nu$  y  $\mu = 2\nu$ , con  $\nu$  pudiendo tomar cualquier valor con lo cual dándole valores a este último tenemos que la única terna que es solución del sistema es  $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = 1$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

---

- Ejercicio 2 (1.25 pto.)

Considerá el subespacio que  $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \wedge x_4 = 0\}$ . Elegí la terna de valores que hace que el vector  $(\alpha, \beta, \gamma, 0, \gamma)$  pertenezca a  $S$ .

A)  $\alpha = -2, \beta = 4, \gamma = 2$

C)  $\alpha = 2, \beta = 4, \gamma = 1$

B)  $\alpha = 2, \beta = -4, \gamma = 1$

D)  $\alpha = -2, \beta = -4, \gamma = 2$

Opción correcta: C)

Resolución

De las ecuaciones que definen  $S$ , podemos notar que basta con que  $\beta = \alpha + 2\gamma$  para que el vector pertenezca a  $S$ . La única terna que cumple esta condición es la C). Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

---

- Ejercicio 3 (1.25 pto.)

Indicá cuál de las siguientes expresiones describe el lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos  $F_1 = (-6, 3)$  y  $F_2 = (2, 3)$  es igual a 18.

A)

$$\frac{(x+2)^2}{81} + \frac{(y-3)^2}{65} = 1$$

C)

$$\frac{(x+2)^2}{81} - \frac{(y-3)^2}{65} = 1$$

B)

$$\frac{(x+2)^2}{65} + \frac{(y-3)^2}{81} = 1$$

D)

$$\frac{(x-2)^2}{65} + \frac{(y-3)^2}{81} = 1$$

Opción correcta: A)

### Resolución

El lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante, es una elipse. En la elipse que aquí se considera la suma de las distancias de cada punto a los focos  $2a = 18$  y la distancia entre los focos es  $2c = 8$ . Teniendo en cuenta la relación trigonométrica entre los parámetros que definen una elipse:  $a^2 = b^2 + c^2$ , debe cumplirse que  $81 = b^2 + 16$ . Entonces  $b^2 = 65$ . El centro de la elipse es el punto medio del segmento  $\overline{F_1F_2}$  de coordenadas  $C = (-2, 3)$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 5.

---

- Ejercicio 4 (1.25 pto.)

Una parábola tiene ecuación general  $y^2 + 4x + \alpha y + \beta = 0$  y su vértice es  $V = (-2, 3)$ . Elegí la única opción que muestra las coordenadas de su foco.

- A)  $F = (-1, 3)$       B)  $F = (-2, 4)$       C)  $F = (-2, 2)$       D)  $F = (-3, 3)$

Opción correcta: D)

### Resolución

Conociendo las coordenadas del vértice podemos escribir la parábola en su forma canónica  $(y - 3)^2 = 2p(x + 2)$ . Del desarrollo de esta expresión resulta  $y^2 - 6y + 9 = 2px + 4p$ , que ordenada convenientemente será  $y^2 - 2px - 6y + 9 - 4p = 0$ . Podemos comparar términos semejantes con la expresión  $y^2 + 4x + \alpha y + \beta = 0$  para así determinar que  $p = -2$ . También es posible determinar  $\alpha$  y  $\beta$ , aunque estos valores no son necesarios para responder lo pedido. Para determinar las coordenadas del Foco hacemos  $F = (-2 + \frac{p}{2}, 3)$ , obteniendo  $F = (-3, 3)$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 6.

---

- Ejercicio 5 (1.25 pto.)

Considerá los vectores  $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$  y  $\vec{w} = (-2, 2, 5)$ . Si el punto medio entre los vectores es  $(-3, 2, 7)$ , elegí la opción que muestra la norma del vector  $\vec{v}$ .

- A)  $\sqrt{101}$       B)  $\sqrt{62}$       C)  $\sqrt{185}$       D)  $\sqrt{492}$

Opción correcta: A)

### Resolución

Si  $(-3, 2, 7)$  es el punto medio entre los vectores, se pueden calcular las coordenadas de  $\vec{v}$  planteando que:  $\frac{v_x - 2}{2} = -3$ ,  $\frac{v_y + 2}{2} = 2$ ,  $\frac{v_z + 5}{2} = 7$ . De estas ecuaciones se obtiene que  $\vec{v} = (-4, 2, 9)$  y que su norma es  $\sqrt{101}$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

---

- Ejercicio 6 (1.25 pto.)

Considerá los puntos  $(2, 5, 2)$  y  $(-k, 9, k)$ ,  $k \in \mathbb{R}$ . Elegí la opción que muestra todos los valores de  $k$  de manera tal que la distancia entre los puntos sea 16.

- A)  $|k| \leq 2\sqrt{29}$       B)  $|k| < 2\sqrt{29}$       C)  $|k| = 2\sqrt{29}$       D)  $|k| \neq 2\sqrt{29}$

Opción correcta: C)

### Resolución

Si planteás la fórmula de distancia entre dos puntos, obtendrás la ecuación  $(2 + k)^2 + (5 - 9)^2 + (2 - k)^2 = 16^2$ , de donde se deduce que  $|k| = 2\sqrt{29}$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

---

---

- Ejercicio 7 (1.25 pto.)

Considerá los puntos de  $\mathbb{R}^3$ :  $(12, 11, -9)$ ,  $(1, 5, 2)$  y  $(1, 11, 10)$ . Indicá la única opción que muestra una afirmación verdadera.

- A) Con estos tres puntos no se puede construir un plano.
- B) La ecuación implícita del plano que contiene a los tres puntos es:  $-57x - 44y - 33z = 97$ .
- C) La ecuación implícita del plano que contiene a los tres puntos es:  $-57x + 44y - 33z = 97$ .
- D) El plano que contiene a los 3 puntos tiene ecuación:  $\overline{X} = \alpha(12, 11, -9) + \beta(1, 5, 2) + (1, 11, 10)$ .

Opción correcta: C)

Resolución

A partir de los tres puntos dato, podemos obtener dos direcciones del plano, como resultado de hacer, por ejemplo:  $\vec{v}_1 = (1, 5, 2) - (12, 11, -9)$  y  $\vec{v}_2 = (1, 11, 10) - (12, 11, -9)$ . En consecuencia, un vector normal a estas direcciones se obtiene realizando el producto vectorial  $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (-114, 88, -66)$ . Luego, usando uno de los tres puntos y este vector normal hallado, se puede obtener la ecuación del plano:  $-57x + 44y - 33z = 97$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 2.

---

- Ejercicio 8 (1.25 pto.)

Elegí la opción que muestra la intersección del plano de ecuación  $-x + z = 12$  y la recta de ecuación  $L = \{X : (1, 8, -1) + \lambda(5, 0, -2); \lambda \in \mathbb{R}\}$ .

- A)  $\{(-9, 8, 3)\}$
- B)  $\{(9, 11, -24)\}$
- C)  $\{(12, 11, 24)\}$
- D)  $\emptyset$

Opción correcta: A)

Resolución

Usamos que los puntos de la recta  $L$  son de la forma:  $(1 + 5\lambda, 8, -1 - 2\lambda)$ . Luego, como queremos buscar si alguno de ellos también es punto del plano, veamos si alguno de estos puntos cumple la ecuación de este:  $-(1 + 5\lambda) - 1 - 2\lambda = 12$  como esta ecuación solo se cumple para  $\lambda = -2$ , el punto intersección es  $(-9, 8, 3)$ . Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 3.