

- Ejercicio 1 (1.25 pto.)

Considera los vectores $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$ y $\vec{w} = (-2, 2, 5)$. Si el punto medio entre los vectores es $(-3, 2, 7)$, elegí la opción que muestra la norma del vector $\vec{v}$.

- A) $\sqrt{101}$ B) $\sqrt{62}$ C) $\sqrt{185}$ D) $\sqrt{492}$

Opción correcta: A)

Resolución

Si $(-3, 2, 7)$ es el punto medio entre los vectores, se pueden calcular las coordenadas de $\vec{v}$ planteando que: $\frac{v_x - 2}{2} = -3$, $\frac{v_y + 2}{2} = 2$, $\frac{v_z + 5}{2} = 7$. De estas ecuaciones se obtiene que $\vec{v} = (-4, 2, 9)$ y que su norma es $\sqrt{101}$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 2 (1.25 pto.)

Considera los puntos $(2, 5, 2)$ y $(-k, 9, k)$, $k \in \mathbb{R}$. Elegí la opción que muestra todos los valores de k de manera tal que la distancia entre los puntos sea 16.

- A) $|k| \leq 2\sqrt{29}$ B) $|k| < 2\sqrt{29}$ C) $|k| = 2\sqrt{29}$ D) $|k| \neq 2\sqrt{29}$

Opción correcta: C)

Resolución

Si planteás la fórmula de distancia entre dos puntos, obtendrás la ecuación $(2 + k)^2 + (5 - 9)^2 + (2 - k)^2 = 16^2$, de donde se deduce que $|k| = 2\sqrt{29}$.

Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 1.

- Ejercicio 3 (1.25 pto.)

Considera los puntos de $\mathbb{R}^3$: $(12, 11, -9)$, $(1, 5, 2)$ y $(1, 11, 10)$. Indica la única opción que muestra una afirmación verdadera.

- A) Con estos tres puntos no se puede construir un plano.
 B) La ecuación implícita del plano que contiene a los tres puntos es: $-57x - 44y - 33z = 97$.
 C) La ecuación implícita del plano que contiene a los tres puntos es: $-57x + 44y - 33z = 97$.
 D) El plano que contiene a los 3 puntos tiene ecuación: $\vec{X} = \alpha(12, 11, -9) + \beta(1, 5, 2) + \gamma(1, 11, 10)$.

Opción correcta: C)

Resolución

A partir de los tres puntos dados, podemos obtener dos direcciones del plano, como resultado de hacer, por ejemplo: $\vec{v}_1 = (1, 5, 2) - (12, 11, -9)$ y $\vec{v}_2 = (1, 11, 10) - (12, 11, -9)$. En consecuencia, un vector normal a estas direcciones se obtiene realizando el producto vectorial $\vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = (-114, 88, -66)$. Luego, usando uno de los tres puntos y este vector normal hallado, se puede obtener la ecuación del plano: $-57x + 44y - 33z = 97$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 2.

- Ejercicio 4 (1.25 pto.)

Elegí la opción que muestra la intersección del plano de ecuación $-x + z = 12$ y la recta de ecuación $L = \{X : (1, 8, -1) + \lambda(5, 0, -2); \lambda \in \mathbb{R}\}$.

- A) $\{(-9, 8, 3)\}$ B) $\{(9, 11, -24)\}$ C) $\{(12, 11, 24)\}$ D) $\emptyset$

Opción correcta: A)

Resolución

Usamos que los puntos de la recta L son de la forma: $(1 + 5\lambda, 8, -1 - 2\lambda)$. Luego, como queremos buscar si alguno de ellos también es punto del plano, veamos si alguno de estos puntos cumple la ecuación de este: $-(1 + 5\lambda) - 1 - 2\lambda = 12$ como esta ecuación solo se cumple para $\lambda = -2$, el punto intersección es $(-9, 8, 3)$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 3.

- Ejercicio 5 (1.25 pto.)

Sabiendo que $\{(1, 2, 3), (1, 6, 5), (1, 0, 2)\}$ es linealmente dependiente, elegí la terna de valores que corresponde a los coeficientes de la combinación lineal igual al vector nulo.

A) $\lambda = 3, \mu = 2, \nu = -1$

C) $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = -1$

B) $\lambda = 3, \mu = -2, \nu = 1$

D) $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = 1$

Opción correcta: D)

Resolución

A partir de plantear la combinación lineal $\lambda \cdot (1, 2, 3) + \nu \cdot (1, 6, 5) + \mu \cdot (1, 0, 2) = (0, 0, 0)$ obtenemos el sistema homogéneo:

$$\begin{cases} \lambda + \mu + \nu = 0 \\ 2\lambda + 6\nu = 0 \\ 3\lambda + 2\mu + 5\nu = 0 \end{cases}$$

el cual tiene como solución no trivial que $\lambda = -3\nu$ y $\mu = 2\nu$, con ν pudiendo tomar cualquier valor con lo cual dándoles valores a este último tenemos que la única terna que es solución del sistema es $\lambda = -3, \mu = 2, \nu = 1$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

- Ejercicio 6 (1.25 pto.)

Considerá el subespacio que $S = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5 : x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \wedge x_4 = 0\}$. Elegí la terna de valores que hace que el vector $(\alpha, \beta, \gamma, 0, \gamma)$ pertenezca a S .

A) $\alpha = -2, \beta = 4, \gamma = 2$

C) $\alpha = 2, \beta = 4, \gamma = 1$

B) $\alpha = 2, \beta = -4, \gamma = 1$

D) $\alpha = -2, \beta = -4, \gamma = 2$

Opción correcta: C)

Resolución

De las ecuaciones que definen S , podemos notar que basta con que $\beta = \alpha + 2\gamma$ para que el vector pertenezca a S . La única terna que cumple esta condición es la C). Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 4.

- Ejercicio 7 (1.25 pto.)

Indicá cuál de las siguientes expresiones describe el lugar geométrico de todos los puntos del plano cuya suma de distancias a dos puntos fijos $F_1 = (-6, 3)$ y $F_2 = (2, 3)$ es igual a 18.

A)

$$\frac{(x+2)^2}{81} + \frac{(y-3)^2}{65} = 1$$

C)

$$\frac{(x+2)^2}{81} - \frac{(y-3)^2}{65} = 1$$

B)

$$\frac{(x+2)^2}{65} + \frac{(y-3)^2}{81} = 1$$

D)

$$\frac{(x-2)^2}{65} + \frac{(y-3)^2}{81} = 1$$

Opción correcta: A)

Resolución

El lugar geométrico de los puntos cuya suma de distancias a dos puntos fijos llamados focos es constante, es una elipse. En la elipse que aquí se considera la suma de las distancias de cada punto a los focos $2a = 18$ y la distancia entre los focos es $2c = 8$. Teniendo en cuenta la relación trigonométrica entre los parámetros que definen una elipse: $a^2 = b^2 + c^2$, debe cumplirse que $81 = b^2 + 16$. Entonces $b^2 = 65$. El centro de la elipse es el punto medio del segmento $\overline{F_1F_2}$ de coordenadas $C = (-2, 3)$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 5.

- Ejercicio 8 (1.25 pto.)

Una parábola tiene ecuación general $y^2 + 4x + \alpha y + \beta = 0$ y su vértice es $V = (-2, 3)$. Elegí la única opción que muestra las coordenadas de su foco.

- A) $F = (-1, 3)$ B) $F = (-2, 4)$ C) $F = (-2, 2)$ D) $F = (-3, 3)$

Opción correcta: D)

Resolución

Conociendo las coordenadas del vértice podemos escribir la parábola en su forma canónica $(y - 3)^2 = 2p(x + 2)$. Del desarrollo de esta expresión resulta $y^2 - 6y + 9 = 2px + 4p$, que ordenada convenientemente será $y^2 - 2px - 6y + 9 - 4p = 0$. Podemos comparar términos semejantes con la expresión $y^2 + 4x + \alpha y + \beta = 0$ para así determinar que $p = -2$. También es posible determinar α y β , aunque estos valores no son necesarios para responder lo pedido. Para determinar las coordenadas del Foco hacemos $F = (-2 + \frac{p}{2}, 3)$, obteniendo $F = (-3, 3)$. Estos contenidos los podés encontrar en la sesión 6.
